

République du Bénin



MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE ET DE LA
FORMATION TECHNIQUE ET PROFESSIONNELLE



GUIDE DU PROGRAMME D'ÉTUDES

ENSEIGNEMENT SECONDAIRE
CHAMP DE FORMATION : MATHÉMATIQUE

Classes de 2^e C

DIRECTION DE L'INSPECTION PEDAGOGIQUE

PORTO-NOVO

JUILLET 2009

SOMMAIRE

<u>INTRODUCTION</u>	3
1. <u>ORIENTATIONS GÉNÉRALES</u>	3
1.1 Clarification conceptuelle	4
1.1.1 Démarche d’enseignement/apprentissage.....	4
1.1.2 Situations d’apprentissage	4
1.1.3 Stratégies d’enseignement /apprentissage	4
1.2 Mode d’emploi du guide	5
2. <u>DEVELOPPEMENT DES DIFFERENTES SITUATIONS D’APPRENTISSAGE.</u>	
2.1 Canevas général du déroulement d’une situation d’apprentissage...	5-7
2.2 Planification des situations d’apprentissage	8
SITUATION D’APPRENTISSAGE N° 1 : CONFIGURATIONS DE L’ESPACE	8-12
DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA S.A. N°1	13-15
SITUATION D’APPRENTISSAGE N° 2 : ORGANISATION DES DONNEES	16-21
DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA S.A. N° 2	21-29
SITUATION D’APPRENTISSAGE N° 3 : LIEUX GEOMETRIQUES	30-35
DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA S.A. N° 3	36-56
3. DOCUMENTS D’ACCOMPAGNEMENT	57
3.1 Document d’exploitation des situations de départ	57-58
3.2 Documents d’appui	59-76
4. Répartition trimestrielle des situations d’apprentissage	77

INTRODUCTION

Le présent guide de l'enseignant (e) est conçu pour accompagner les programmes de mathématiques selon l'approche par compétences dans les lycées et collèges d'enseignement général.

Il s'est nourri principalement des options prises dans le cadre de la généralisation des Programmes d'études par compétences l'école primaire et au premier cycle de l'Enseignement Secondaire, dans leur évolution qualitative. Il s'est nourri aussi des acquis de la mise en œuvre des programmes d'études HPM (Harmonisation des Programmes de Mathématiques) pour ce qui est de l'aspect adéquation avec les nouvelles exigences académico-pédagogiques.

Ce guide comporte trois parties essentielles. La première présente les orientations générales ; la deuxième concerne les situations d'apprentissage et la troisième a trait aux documents d'accompagnement.

Les orientations générales portent sur la clarification de certains concepts et sur le mode d'emploi du guide.

La partie concernant les situations d'apprentissage présente d'une part le cadre conceptuel et d'autre part leurs contenus notionnels assortis d'indications pédagogiques.

Les documents d'accompagnement comprennent :

- un document d'exploitation des situations de départ qui expose l'esprit de ces dernières.
- un document d'appui pouvant servir à la confection de fiches de séquence de classe sur la situation d'apprentissage n°1.

1. ORIENTATIONS GÉNÉRALES

Ce guide est l'une des deux composantes (programme et guide) produites pour l'enseignement de la mathématique dans les classes de secondes scientifiques.

Il ambitionne d'une part de fournir aux professeurs des informations et des commentaires sur certains concepts et sur la mise en œuvre des situations d'apprentissage et d'autre part de suggérer des pistes et des activités pour une exploitation efficiente de ces mêmes situations d'apprentissage.

Au demeurant, le processus de rénovation des programmes d'études en cours voudrait faire de l'enfant béninois un citoyen compétent c'est-à-dire capable de faire appel aux bonnes ressources qu'il peut combiner de manière efficace afin de les utiliser à bon escient. Pour cela, il est impérieux entre autres :

- d'accompagner l'apprenant dans un cheminement d'apprentissage en adoptant une pédagogie de la découverte et de la production ;
- d'éveiller la curiosité intellectuelle de l'apprenant et de soutenir son plaisir d'apprendre ;
- de permettre à l'apprenant de s'interroger pour découvrir lui-même les vérités des choses plutôt que de chercher à le rendre dépendant en travaillant à sa place ;
- de provoquer chez l'apprenant la remise en cause de ses schémas mentaux lorsque la nécessité s'impose et ce, par des moyens appropriés.

Il est nécessaire, pour une bonne utilisation des situations d'apprentissage, de procéder à la clarification de certains concepts et de donner le mode d'emploi du guide.

1.1 CLARIFICATION CONCEPTUELLE.

1.1.1 Démarche d'enseignement / apprentissage

La démarche d'enseignement/apprentissage adoptée en mathématique est structurée autour de la compétence disciplinaire n°1 dont le libellé est le suivant:

" Résoudre un problème ou une situation –problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématiques". Faire les mathématiques consiste avant tout à résoudre des problèmes ou des situations–problèmes. Au delà des algorithmes, des règles de calculs, des techniques, et des formules, faire les mathématiques, c'est développer des capacités de résolution de problèmes.

Deux autres compétences viennent prendre en compte les deux dimensions essentielles des mathématiques à savoir: les activités géométriques et les activités numériques dans le but de donner un contenu disciplinaire à la compétence n°1.

Elles sont libellées comme suit:

" Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie".

"Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation d'outils, de techniques et de procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données".

Tout en étant dépendantes de la première du point de vue de la démarche de résolution de problèmes, ces deux dernières compétences se distinguent l'une de l'autre par les outils à acquérir et les procédures de raisonnement propres à chacune d'elles.

Néanmoins, elles sont parfois simultanément exigibles pour résoudre certains problèmes; en cela, elles sont aussi complémentaires.

1.1.2 Situations d'apprentissage

Une situation d'apprentissage est un document dans lequel figure un ensemble de tâches et de consignes avec leurs indications pédagogiques respectives, tâches et consignes auxquelles l'enseignant soumet l'élève par des stratégies d'enseignement appropriées afin de le rendre compétent en lui faisant construire, transférer et réinvestir le savoir.

Ce document fournit aussi des renseignements sur le contenu de la formation, la durée, le matériel et les stratégies d'enseignement /apprentissage.

NB : *Une situation d'apprentissage n'est pas une fiche pédagogique.*

1.1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage

Ce sont les stratégies à utiliser par l'enseignant (e) et celles à faire mettre en œuvre par l'apprenant au cours du déroulement de la situation d'apprentissage. Les stratégies les plus recommandées sont : le «travail individuel », le « travail en petits groupes » et le « travail collectif ».

a) Phase du travail individuel

Au cours de cette phase, les élèves sont invités à travailler **vraiment** individuellement, même s'ils sont déjà disposés en petits groupes.

L'importance de cette phase n'est plus à démontrer puisque si chaque élève ne s'efforce pas de circonscrire la question en jeu, l'échange dans le groupe en pâtira.

Pour cela, l'enseignant (e) se doit de veiller à ce que chaque élève comprenne ce qu'on attend de lui, afin de trouver quelque chose à proposer aux autres membres du groupe.

b) Phase du travail en petits groupes

Les apprenants après la phase précédente discutent et échangent en petits groupes autour de leurs travaux respectifs. Ils retiennent après l'harmonisation des différents points de vue quelques résultats relativement à l'objet d'étude. L'un des éléments du groupe se charge de **présenter** à la classe au cours de la phase ultérieure ce que le groupe a retenu.

c) Phase du travail collectif

C'est au cours de cette phase que la classe entière prend connaissance des travaux réalisés au sein des différents petits groupes. L'enseignant (e) anime la classe de façon à **faire dégager par les apprenants** la réponse ou les réponses à donner à la question posée.

1.2 Mode d'emploi du guide.

Les situations d'apprentissage proposées dans ce guide ne sauraient être assimilées à des fiches pédagogiques. Il s'agit, pour l'enseignant(e), d'opérer des choix pertinents en tenant compte des potentialités de ses apprenants, des indications pédagogiques, du matériel disponible, etc....

Il est recommandé à l'enseignant(e) de se référer aux documents d'accompagnement pour mieux comprendre l'esprit dans lequel les situations de départ ont été proposées.

2. DÉVELOPPEMENT DES DIFFÉRENTES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE.

2.1 Canevas général du déroulement d'une situation d'apprentissage

Le déroulement de toute situation d'apprentissage se fera suivant le cheminement ci-après:

Activités	Indications pédagogiques
A - INTRODUCTION Activité 0 : cf. situation de départ proposée pour la situation d'apprentissage	Cette phase est à conduire selon les indications du document « Situations d'apprentissage ». La situation de départ proposée n'est pas la seule pouvant servir à contextualiser les connaissances et techniques visées. L'enseignant(e) pourra s'en inspirer pour élaborer une autre prenant appui sur les réalités concrètes de son milieu. A ce stade, on n'exigera pas de réponses aux tâches et consignes qui accompagnent la situation de départ. Les tâches et consignes seront démultipliées tout au long du déroulement des activités.
B - RÉALISATION Activité N°1 (découverte d'une ou de plusieurs notions) Activité N°2 N° 3 . . . N°n (décontextualisation) Activité N°n +1 N°n +2 . . . N°n +p (approfondissement) Activité N°n + p +1 (découverte d'autres notions nouvelles) Activités de décontextualisation Activités d'approfondissement . . ainsi de suite jusqu' à épuisement des notions visées par la situation d'apprentissage	Cette phase est à conduire selon les indications du document « Situations d'apprentissage » relatives aux différentes stratégies d'enseignement/ apprentissage et aux trois étapes. L'activité n°1 est une activité qui s'appuie sur la situation de départ. Ces activités visent à dépouiller le concept de son habillage concret pour le mettre à l'état pur (<i>définition, propriété, règle, procédure</i>) Elles ont pour but de travailler le ou les nouveau(x) concept(s) dégagé(s) suite à des activités de décontextualisation. Activité en contexte à l'instar de l'activité N°1.

.Activité de projection/réinvestissement

Il s'agit de proposer des activités pour une utilisation ultérieure des acquis dans la résolution des problèmes de vie.

7

2. 2 Planification des situations d'apprentissage.

SITUATION D'APPRENTISSAGE n° 1 : Configurations de l'espace

I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1 Compétences

a) Les compétences disciplinaires:

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématique.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

b) Compétence transdisciplinaire :

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) Compétences transversales

- Exploiter l'information disponible ;
- Résoudre une situation-problème ;
- Communiquer de façon précise et appropriée;
- Exercer sa pensée critique;
- Travailler en coopération.

1.1.2 Connaissances et techniques

Représentation dans le plan d'objets de l'espace.

Positions relatives de droites de l'espace.

Positions relatives de plans de l'espace.

Positions relatives de droites et plans de l'espace.

La sphère.

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 Stratégie objet d'apprentissage : Résolution de problèmes.

1.2 Durée : 18 heures

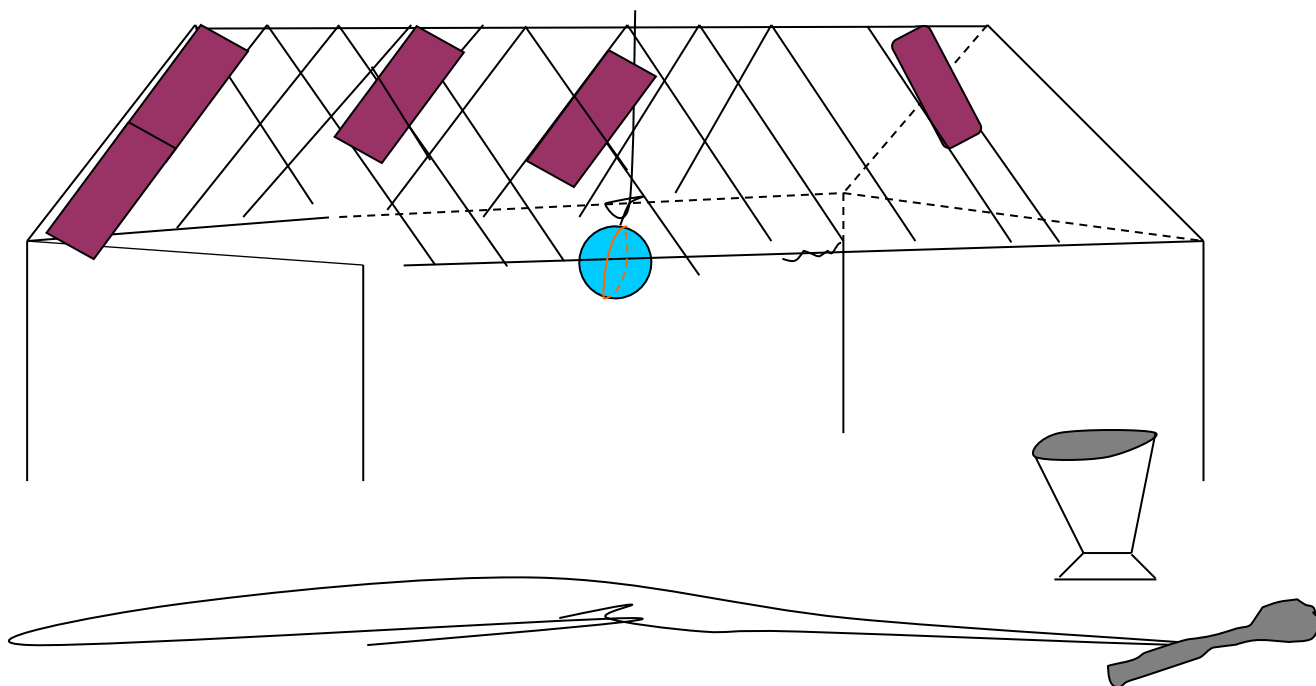
1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage : *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

1.4 Matériel : objets familiers

2. DÉROULEMENT

2.0. Situation de départ

Un vent violent a décoiffé la toiture du domicile de Kodjo, un élève en classe de 2^{nde} C au Lycée Mathieu Bouké. Pour l'informer, son frère lui adresse le message ci-dessous :
"Voici ce qu'est devenue la toiture de notre maison après le passage du grand vent qui a précédé la pluie de la nuit dernière".



A la vue de ce dessin un ami de Kodjo voudrait étudier cette représentation de la toiture.

Tâche

Tu vas te construire des connaissances nouvelles en mathématique. Pour cela tu auras à :

Consignes

exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;
analyser chaque problème posé ;
mathématiser chacun des problèmes posés ;
opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chacun des problèmes ;
améliorer au besoin ta production.

2.1- Introduction

Cheminement d'apprentissage. L'élève :	Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)	Contenus de formation
Exprime sa perception du problème posé -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape.	<i>Les compétences visées.</i>

2.2. Réalisation

L'élève : 2.2.1- Analyse chaque problème posé. - indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ; -identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ; -décrit un objet géométrique. 2.2.2- Mathématise le problème posé. -formule le problème posé en langage mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ;	Au cours de cette phase de réalisation l'enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l'étape du <i>travail individuel</i> elle ou il : -<i>circule</i> pour voir les apprenants au travail ; - <i>reprécise</i> au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; -<i>ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement</i> ; -<i>exhorte chaque apprenant à faire</i>	
--	--	--

-réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes, tableaux, manipulations . . . - conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ; -établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; 2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié. -ordonne ses idées ; -justifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques. -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; - vérifie l'état de progression de sa production ; - prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ; -vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ;	<i>l'effort de trouver quelque chose par lui-même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe.</i> <i>-intervient pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ;</i> <i><u>-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique.</u></i> <i>-commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel ;</i> <i>Au cours de l'étape de travail de groupe, elle ou il :</i> <i>-circule pour voir comment les groupes fonctionnent ;</i> <i>-s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant ;</i> <i>-intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ;</i> <i>-s'assure que les membres de chaque groupe coopèrent véritablement pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ;</i> <i><u>-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;</u></i> <i>-achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire ;</i>	
--	--	--

-répond à la question posée en respectant les contraintes du problème. -construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ; -utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ; -utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois <i>la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.</i>	
--	--	--

2.3 Retour et projection

L'élève : 2.3.1- Objective les savoirs construits et les démarches utilisées : - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration. 2.3.2- Améliore au besoin sa production : consolidation/enrichissement - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations. 2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie : - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.	- invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris. - invite l'élève à s'auto évaluer. - invite l'élève à améliorer si possible sa production - invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	<i>Compétence transdisciplinaire:</i> N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société.
--	---	--

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°1 :

Configurations de l'espace

Durée : 18 heures

CONTENUS NOTIONNELS	INDICATIONS PEDAGOGIQUES
1- Représentation dans le plan d'objets de l'espace	Faire - représenter des objets de l'espace dans le plan. <i>N.B : Le cours s'appuiera sur les solides de l'espace.</i> <i>Les conventions de la perspective cavalière seront rappelées en classe lors de la représentation plane d'un objet de l'espace.</i>
2- Positions relatives d'une droite et d'un plan de l'espace	Faire - reconnaître les positions relatives d'une droite et d'un plan de l'espace. * (D) et (P) sont parallèles signifie : $(D) \cap (P) = (D)$ ou $(D) \cap (P) = \{ \}$ * (D) et (P) sont sécants en un point I signifie que $(D) \cap (P) = \{ I \}$. - étudier la position d'une droite donnée par rapport à un plan donné. <i>Le professeur pourra saisir cette occasion pour présenter les notions de : proposition, proposition vraie, proposition fausse, implication, implication réciproque d'une implication, équivalence logique, le connecteur logique "ou"</i>
3-Positions relatives de deux plans de l'espace	Faire : - reconnaître les positions relatives de deux plans de l'espace ; - énoncer la propriété : Etant donnés deux plans (P) et (Q), les différentes positions relatives sont : • (P) et (Q) sont confondus ; • l'intersection de (P) et (Q) est une droite ; • (P) et (Q) sont disjoints. - utiliser cette propriété ;

4-Positions relatives de deux droites de l'espace	- énoncer les définitions : • Deux plans confondus ou disjoints sont dits parallèles ; • Deux plans non parallèles sont dits sécants ; leur intersection est alors une droite. Faire : - reconnaître les positions relatives de deux droites de l'espace. <i>Deux droites de l'espace sont soit coplanaires (sécantes ou parallèles), soit non coplanaires.</i> - définir deux droites coplanaires <i>Deux droites de l'espace sont coplanaires si seulement si elles sont contenues dans un même plan (auquel cas elles sont soit sécantes, soit parallèles)</i> - étudier les positions relatives de deux droites de l'espace - caractériser un plan * Trois points non alignés définissent un plan et un seul. * Une droite et un point n'appartenant pas à cette droite définissent un plan et un seul. * Deux droites sécantes définissent un plan et un seul. * Deux droites strictement parallèles définissent un plan et un seul. Faire : - énoncer les propriétés du parallélisme de droites. * Par un point donné de l'espace, on peut tracer une droite et une seule parallèle à une droite donnée. <u>N.B</u> : La propriété mentionnée ci-dessus sera admise. * Lorsque deux droites de l'espace sont parallèles, tout plan qui coupe l'une coupe l'autre. <u>N.B</u> : La propriété mentionnée ci-dessus sera démontrée (on pourra utiliser un raisonnement par l'absurde). <i>La démonstration de cette propriété donnera l'occasion de présenter la méthode de raisonnement par l'absurde</i>
5- Etude du parallélisme de deux droites de l'espace	

6- La sphère	* Lorsque deux droites de l'espace sont parallèles à une même troisième, elles sont parallèles entre elles. <i>N.B : Cette propriété sera admise.</i> - utiliser ces propriétés - énoncer les propriétés du parallélisme d'une droite et d'un plan. Faire démontrer les propriétés suivantes : * Une droite donnée de l'espace est parallèle à un plan si et seulement si elle est parallèle à une droite de ce plan ; <i>NB: La démonstration des propriétés utilisant l'expression "si et seulement si" donnera l'occasion au professeur de mettre l'accent sur l'équivalence logique de deux propositions.</i> * Si une droite (D) est parallèle à un plan (P) alors toute droite parallèle à (D) est parallèle à (P). * Une droite de l'espace parallèle à deux plans sécants de l'espace est parallèle à leur intersection. Faire : - énoncer les propriétés du parallélisme de deux plans. <i>Ces six propriétés seront démontrées</i> * Deux plans sont parallèles si et seulement si l'un d'eux contient deux droites sécantes parallèles à l'autre ; * Deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux. * Par un point donné de l'espace, il passe un plan et un seul parallèle à un plan donné ; * Lorsque deux plans sont parallèles, tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles. * Lorsque deux plans sont parallèles, toute droite parallèle à l'un est parallèle à l'autre ; * Lorsque deux plans sont parallèles, toute droite qui coupe l'un coupe l'autre. - utiliser ces propriétés - construire des intersections * de droites de l'espace ; * de plans de l'espace Faire : - étudier les positions relatives d'une sphère et d'un plan.
----------------------------	---

SITUATION D'APPRENTISSAGE n° 2 : Organisation des données

I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1 Compétences

a) *Les compétences disciplinaires:*

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématique.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

b) *Compétence transdisciplinaire :*

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l'information disponible ;
- Résoudre une situation-problème ;
- Communiquer de façon précise et appropriée;
- Exercer sa pensée critique;
- Travailler en coopération.

1.1.2 Connaissances et techniques

- Notion de fonction (ensemble de définition ; représentation graphique d'une fonction ; égalité de deux fonctions ; coïncidence de fonctions sur un sous-ensemble de $\mathbb{R}$. Sens de variation d'une fonction sur un intervalle ; maximum et minimum d'une fonction sur un ensemble).
- Application (notion d'application ; surjection ; injection ; bijection).
- Statistiques : présentation d'une série statistique ; effectifs cumulés ; fréquences cumulées ; représentations graphiques (polygone des effectifs, polygone des effectifs cumulés , polygone des fréquences, polygone des fréquences cumulées , histogramme , diagramme cumulatif des fréquences) ; caractéristiques de position (mode, moyenne, médiane, quartile) ; caractéristiques de dispersion (étendue, variance, écart moyen absolu, écart - type).
- Polynôme : définition de la notion de polynôme ; zéros d'un polynôme ; méthodes de factorisation ; étude du signe d'un binôme du premier degré.
- Fractions rationnelles : généralités ; zéros d'une fraction rationnelle ; signe d'une fraction rationnelle suivant les valeurs de la variable.
- Calculs dans $\mathbb{R}$ (définition de la valeur absolue ; propriétés de la valeur absolue ; caractérisation d'un intervalle de $\mathbb{R}$; majorant, minorant, minimum, maximum d'une partie de $\mathbb{R}$; approximation décimale d'ordre n ; arrondi d'ordre n)

- Etude et représentation graphique : (fonctions affines par intervalles : valeur absolue, partie entière ; fonctions élémentaires : fonction carrée, fonction cube, fonction racine carrée, fonction inverse)
- Utilisation des fonctions de référence pour comparer les nombres : a ; a^2 ; a^3 ; $\frac{1}{a}$ et $\sqrt{a}$ avec $a > 0$,
- Résolution graphique d'équations et d'inéquations.
- Equations et inéquations dans IR (équations équivalentes ; équations du type $|x - a| = b$; équations du second degré à une inconnue sans paramètre ; inéquations du type $|x - a| \leq b$; étude de problèmes se ramenant à la résolution d'une équation ou d'une inéquation du premier degré à une inconnue dans IR).

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 *Stratégie objet d'apprentissage : Résolution de problèmes.*

1.2 Durée : 30 heures

1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage : *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

1.4 Matériel : *objets familiers*

2. DÉROULEMENT

2.0. Situation de départ : Zoé et les mathématiques.

Dans une classe de 2^{nde} d'un lycée de la place, c'est le moment de la remise des copies d'un devoir surveillé de mathématique. Le professeur a fabriqué des petits cartons carrés de côtés distincts sur chacun desquels il écrit la note de chaque élève et le lui remet avec sa copie.

Zoé, une élève de la classe, a ramassé les cartons de ses camarades pour en observer la forme. Elle constate que ces cartons peuvent être découpés dans un carton carré d'un mètre de côté, sur lequel on trace une diagonale $[O A]$. Il suffit alors de fixer un point de la diagonale et de mener à partir de ce point une parallèle à chacun des côtés issus du point O.

Zoé, très émerveillée par sa trouvaille, est curieuse de savoir s'il y a une formule mathématique à la base du calcul de l'aire de ces petits cartons carrés distribués par le professeur.

Par ailleurs, les notes obtenues sont les suivantes :

7	8	8	8	9	9	10	10	10	12	12	12	12	12	13	13	15	15	15
---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Zoé se demande quel pourcentage d'élèves ont une note plus petite ou égale à la moyenne des notes et comment ces dernières sont-elles dispersées autour de cette moyenne.

Tâche

Tu vas te construire des connaissances nouvelles en mathématique. Pour cela tu auras à :

Consignes

exprimer ta perception de chacun des problèmes posés ;

analyser chaque problème posé ;

mathématiser chacun des problèmes posés ;

opérer sur l'objet mathématique que tu as identifié pour chacun des problèmes ;

améliorer au besoin ta production.

2.1- Introduction

Cheminement d'apprentissage L'élève :	Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)	Contenus de formation
Exprime sa perception du problème posé -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape.	<i>Les compétences visées.</i>

2.2. Réalisation

2.2.1- Analyse chaque problème posé. - indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ; -identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ;	Au cours de cette phase de réalisation l'enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l'étape du <i>travail</i>	
--	--	--

-décrit un objet géométrique. 2.2.2- Mathématise le problème posé. -formule le problème posé en langage mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ; -réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes tableaux manipulations . . . - conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ; -établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; 2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié. -ordonne ses idées ; -justifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques. -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; - vérifie l'état de progression de sa production ; - prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ;	<i>individuel</i> elle ou il : -<i>circule</i> pour voir les apprenants au travail ; - <i>reprécise</i> au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; -<i>ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement</i> ; -<i>exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par lui même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse</i> qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe. -<i>intervient</i> pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ; <u>-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique.</u> -<i>commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel</i> ; Au cours de l'étape de travail de groupe, elle ou il : -<i>circule pour voir comment les groupes fonctionnent</i> ; -<i>s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant</i> ; -<i>intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente</i> ; -<i>s'assure que les membres de chaque groupe coopèrent véritablement pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape</i> ; <u>-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;</u> -<i>achève de préparer la gestion de</i>	
---	--	--

-présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ; -vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ; -répond à la question posée en respectant les contraintes du problème. -construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ; -utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ; -utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	<i>l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire ;</i> Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; <i>L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.</i>	
---	--	--

2.3 Retour et projection

2.3.1- Objectiver les savoirs construits et les démarches utilisées : - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration. 2.3.2- Améliore au besoin sa production : consolidation/enrichissement - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations. 2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie : - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches	-invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris. - invite l'élève à s'auto évaluer. - invite l'élève à améliorer si possible sa production -invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	<i>Compétence transdisciplinaire : N°3 : Se préparer à intégrer la vie</i>
---	--	---

utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.		professionnelle et à s'insérer dans la société.
--	--	---

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°2 :

Organisation des données

Durée : 30 heures

Contenus notionnels	Indications Pédagogiques
I. Calculs dans IR.	<i>On commencera l'étude de cette partie par une rapide introduction permettant de présenter IR et ses sous-ensembles, notamment les intervalles.</i> <i>On veillera à éviter toute formalisation.</i> <i>On introduira les notations :</i> $] -\infty, a[$, $] -\infty, a]$, $] a, +\infty[$, $] a, +\infty[$, $a \in \mathbb{R}$. <i>L'enseignant(e) mettra l'accent sur le fait que les symboles $-\infty$ et $+\infty$ ne sont pas des nombres réels. Il (elle) insistera sur les quotients, les puissances entières, les racines carrées, les effets de la relation d'ordre sur les opérations usuelles, les encadrements de sommes, de produits, de différences et de quotients.</i>
Majorant, minorant, maximum, minimum d'une partie de IR.	Faire : - effectuer des calculs dans IR ; - définir des inégalités dans IR ; - définir la partie entière d'un nombre réel ; - définir un majorant d'une partie non vide de IR ; - déterminer, s'il existe, un majorant d'une partie non vide de IR ; - définir un minorant d'une partie non vide de IR ; - déterminer, s'il existe, un minorant d'une partie non vide de IR ; - définir un maximum d'une partie non vide de IR ; - déterminer, s'il existe, le maximum d'une partie non vide de IR ; - définir un minimum d'une partie non vide de IR ; - déterminer, s'il existe, le minimum d'une partie non vide de IR ;
Valeur absolue	Faire : - définir la valeur absolue d'un nombre réel ; <i>Une première définition de la valeur absolue a été donnée en troisième. Il</i>

●Coïncidence de fonctions sur un sous-ensemble de IR. Sens de variation d'une fonction sur un intervalle	Faire : - définir la coïncidence de deux fonctions numériques sur un ensemble ; <i>On dit que deux fonctions numériques f et g coïncident sur un ensemble I si f et g sont définies sur I et quel que soit le nombre réel x élément de I, $f(x) = g(x)$</i> Faire : - reconnaître graphiquement une fonction : ○ croissante sur un intervalle ; ○ strictement croissante sur un intervalle ; ○ décroissante sur un intervalle ; ○ strictement décroissante sur un intervalle ; ○ constante sur un intervalle. <i>Ces notions seront introduites à partir de représentations graphiques concrètes et judicieusement choisies.</i> - exprimer qu'une fonction est : ○ croissante sur un intervalle ; ○ strictement croissante sur un intervalle ; ○ décroissante sur un intervalle ; ○ strictement décroissante sur un intervalle ; ○ constante sur un intervalle. - étudier le sens de variation d'une fonction. <i>Etudier le sens de variation d'une fonction sur un intervalle I c'est déterminer les plus grands intervalles de I sur lesquels la fonction est strictement monotone ou constante.</i>
Maximum et minimum d'une fonction sur un ensemble.	Faire : - définir le maximum d'une fonction numérique ; - déterminer, s'il existe, le maximum d'une fonction numérique sur un intervalle ; - définir le minimum d'une fonction numérique sur un intervalle ; - déterminer, s'il existe, le minimum d'une fonction sur un intervalle - dresser le tableau de variations d'une fonction <i>Le tableau de variations d'une fonction est un tableau récapitulatif des résultats suivants : ensemble de définition, sens de variation, maximums et minimums éventuels, images aux bornes</i> <i>La notion de limite étant hors programme, les symboles $-\infty$ et $+\infty$ devront être évités dans l'ensemble image.</i>

	- donner une allure de la représentation graphique d'une fonction numérique dont on connaît le tableau de variations. - dresser le tableau de variations d'une fonction à partir de sa représentation graphique
3. Applications	
• Application	Faire : - définir une application
• Injection	Faire : - définir une injection - énoncer la propriété suivante : Soit f une application de E vers F, f est injective si et seulement si pour tous éléments a et b de E, on a $(f(a) = f(b)) \Rightarrow (a = b).$ <i>Le professeur donnera en remarque la contraposée de l'implication sous laquelle se présente cette propriété</i> - utiliser cette propriété.
• Surjection	Faire : - définir une surjection ;
• Bijection	Faire : - définir une bijection ; - définir la bijection réciproque d'une bijection ; - déterminer la bijection réciproque d'une bijection donnée ; - démontrer qu'une application donnée est injective ; - démontrer qu'une application donnée est surjective ; - démontrer qu'une application donnée est bijective ;
4. Etude de quelques fonctions.	
Etude et représentation graphique de fonctions élémentaires et de fonctions affines par intervalles.	Faire : - étudier le sens de variation d'une fonction élémentaire : $x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto \sqrt{x} \text{ et } x \mapsto \frac{1}{x};$ <i>Cette étude ne concerne que les fonctions au programme. Après l'étude de chacune de ces fonctions (ensemble de définition, sens de variation), on exercera les apprenants à dresser (avec soin) le tableau de variations correspondant à chacune d'entre elles.</i> <i>La notion de limite est hors programme.</i> - tracer la représentation d'une fonction élémentaire ;

Utilisation des fonctions de référence pour comparer les nombres : $a^3, a^2, a, \sqrt{a}, \frac{1}{a}$ Résolution graphique d'équations et d'inéquations 5. Equations et inéquations dans IR Equations équivalentes	Suivant le niveau de la classe, et uniquement sur quelques exemples, le professeur pourra faire étudier et représenter graphiquement des fonctions du type : $x \mapsto ax^2$ ou $x \mapsto \frac{a}{x}$ avec $a \in \mathbb{R}^*$. - rechercher graphiquement l'image par une fonction numérique d'un élément de l'ensemble de définition ; Par fonction numérique, on entend les fonctions numériques figurant au programme. - déterminer graphiquement l'image par une fonction numérique d'un intervalle fermé borné de l'ensemble de définition ; Cette détermination pourra être faite, soit à l'aide du tableau de variation, soit graphiquement. - déterminer graphiquement l'image par une fonction numérique d'un intervalle de $\mathbb{R}$; Faire : - énoncer la propriété : • Si $a \in]0 ; 1[$ alors $a^3 < a^2 < a < \sqrt{a} < \frac{1}{a}$ • Si $a = 1$ alors $a^3 = a^2 = a = \sqrt{a} = \frac{1}{a}$ • Si $a \in]1 ; +\infty[$ alors $a^3 > a^2 > a > \sqrt{a} > \frac{1}{a}$ - utiliser cette propriété ; Faire : - résoudre graphiquement une équation ; Cette résolution ne concerne que les fonctions inscrites au programme ; par exemple, pour résoudre graphiquement l'équation $x^2 - x + 1 = 0$ on pourra tracer les courbes d'équations $y = x^2$ et $y = x - 1$ puis étudier leur intersection. - résoudre graphiquement une inéquation. Faire : - vérifier qu'un nombre réel est solution ou non d'une équation ; - résoudre une équation donnée dans une partie de $\mathbb{R}$; On se limitera aux types d'équations inscrits au programme. - définir deux équations équivalentes ; - reconnaître deux équations équivalentes.
--	--

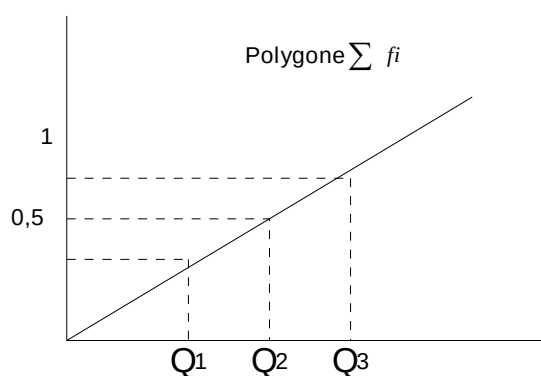
Equations du type $x - a = b$	Faire : - résoudre dans IR des équations du type : $x - a = b$; <i>Cette résolution se fera sans paramètre.</i>
Equation du second degré à une inconnue sans paramètre	Faire : - définir une équation du second degré à une inconnue; - reconnaître une équation du second degré à une inconnue; - résoudre une équation du second degré à une inconnue sans paramètre ; <i>Le discriminant est hors programme.</i> - résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue ; - résoudre un problème conduisant à une équation du second degré à une inconnue ;
Inéquations du premier degré à une inconnue dans IR.	Faire : - reconnaître qu'un nombre réel est solution ou non d'une inéquation ; - définir deux inéquations équivalentes ; - reconnaître deux inéquations équivalentes ; - résoudre un problème conduisant à une inéquation du premier degré à une inconnue dans IR ; - résoudre une inéquation liant deux polynômes ; - résoudre une inéquation liant deux fractions rationnelles.
Inéquations du type $x - a \leq b$	Faire : - résoudre dans IR des inéquations du type : $x - a \leq b$. <i>On s'exercera à résoudre des inéquations de ce type aussi bien algébriquement que graphiquement.</i> <i>L'enseignant (e) fera remarquer l'équivalence :</i> $(a > 0 \text{ et } x \leq a) \Leftrightarrow (-a \leq x \leq a).$ <i>Cette partie donnera une occasion pour utiliser les calculatrices.</i> <i>Le professeur introduira les différentes notions ainsi que les diagrammes au travers d'exemples.</i>
6- Statistique Présentation d'une série statistique	Faire : - dresser le tableau des effectifs d'une série à caractère qualitatif ; - dresser le tableau des fréquences d'une série à caractère qualitatif ; - dresser le tableau des effectifs d'une série à caractère quantitatif continu.

	<i>On regroupera sur des exemples simples les modalités d'une série statistique à caractère quantitatif discret à valeurs nombreuses ou à caractère quantitatif continu en classes d'égales amplitudes.</i> - dresser le tableau des fréquences d'une série à caractère quantitatif continu ; - dresser le tableau des effectifs cumulés d'une série à caractère quantitatif discret ; <i>on envisagera successivement, le cas des :</i> • effectifs cumulés croissants, • effectifs cumulés décroissants - dresser le tableau des fréquences cumulées d'une série à caractère quantitatif discret ; <i>on envisagera successivement, le cas des :</i> ○ fréquences cumulées croissantes ; ○ fréquences cumulées décroissantes. - dresser le tableau des fréquences cumulées d'une série à caractère quantitatif continu.
Représentations graphiques	Faire : - représenter une série statistique par diagramme en bâtons des fréquences, - représenter le diagramme en bâtons des effectifs cumulés d'une série statistique ; - représenter le diagramme en bâtons des fréquences cumulées d'une série statistique ; - représenter une série statistique à caractère quantitatif continu par un histogramme ;
Caractéristiques	Faire : - définir le (s) mode (s) d'une série statistique à caractère qualitatif ; - déterminer le (s) mode (s) d'une série statistique à caractère qualitatif - définir la moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif continu ; - déterminer la moyenne d'une série statistique à caractère quantitatif continu ; - définir la médiane d'une série statistique à caractère quantitatif discret. - calculer la médiane d'une série statistique à caractère quantitatif discret. - définir les quartiles d'une série statistique à caractère quantitatif discret ; - calculer les quartiles d'une série statistique à caractère quantitatif discret ; - définir l'étendue d'une série statistique à caractère quantitatif ; - calculer l'étendue d'une série statistique à caractère quantitatif ; - définir la variance d'une série statistique à caractère quantitatif discret ; - calculer la variance d'une série statistique à caractère quantitatif discret ; - définir l'écart- type d'une série statistique à caractère discret ; - calculer l'écart- type d'une série statistique à caractère discret ;

- définir l'écart moyen absolu d'une série statistique à caractère quantitatif discret ;

L'écart moyen absolu d'une série statistique à caractère quantitatif discret est la moyenne des distances à la moyenne.

- définir le polygone des effectifs d'une série statistique à caractère quantitatif discret ;
- définir le diagramme cumulatif des effectifs d'une série statistique à caractère quantitatif discret ;
- construire le polygone des effectifs d'une série statistique à caractère quantitatif discret ;
- construire le diagramme cumulatif des effectifs d'une série statistique à caractère quantitatif discret ;
- définir le polygone des effectifs d'une série statistique à caractère quantitatif continu ;
- construire le polygone des effectifs d'une série statistique à caractère quantitatif ;
- définir le polygone des effectifs cumulés d'une série statistique à caractère quantitatif ;
- construire le polygone des effectifs cumulés d'une série statistique à caractère quantitatif ;
- définir le polygone des fréquences d'une série statistique à caractère quantitatif discret ;
- construire le polygone des fréquences cumulées d'une série statistique à caractère quantitatif ;
- construire le diagramme cumulatif des fréquences d'une série statistique à caractère quantitatif discret ;
- définir le polygone des effectifs d'une série statistique à caractère quantitatif continu ;
- construire le polygone des effectifs d'une série statistique à caractère quantitatif continu ;
- déterminer graphiquement la médiane d'une série statistique à caractère quantitatif discret ;
- déterminer graphiquement les quartiles d'une série statistique à caractère quantitatif discret.



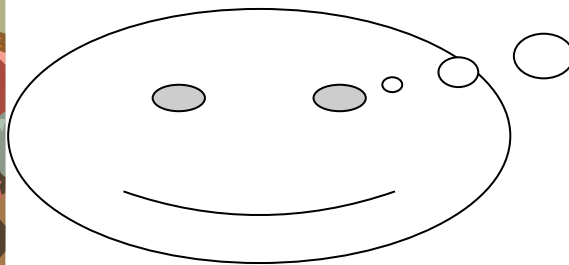
Q_1 , Q_2 et Q_3 peuvent ne pas être des modalités attribuées au caractère étudié

7- Polynômes et fractions rationnelles Définition de la notion de zéros d'un polynôme. Méthodes de factorisation. Etude du signe d'un binôme du premier degré Généralités sur les fractions rationnelles Zéro d'une fonction rationnelle Signe d'une fraction rationnelle suivant les valeurs de la variable.	Faire : - définir un polynôme ; - définir le zéro d'un polynôme ; <i>Une racine d'un polynôme est encore appelée zéro de ce polynôme,</i> - déterminer le zéro d'un polynôme ; - faire la division euclidienne de deux polynômes ; - admettre la propriété : Le polynôme P de degré n, $n \geq 1$, admet pour zéro le nombre réel a si et seulement si il existe un polynôme Q de degré n-1 tel que pour tout nombre réel x : $P(x) = (x-a) Q(x)$ Faire : - factoriser un polynôme par (x-a) où a est zéro de ce polynôme : - o par la division euclidienne du polynôme par (x-a) ; - o par la méthode d'identification des coefficients - mettre un polynôme du second degré sous la forme canonique. $ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]$ - Factoriser, quand c'est possible un polynôme du second degré N.B. La notion de discriminant est hors programme. Faire : - étudier le signe d'un binôme du premier degré ; - étudier le signe d'un polynôme. Faire : - définir une fraction rationnelle ; - déterminer l'ensemble de définition d'une fonction rationnelle. Faire : - définir le zéro d'une fonction rationnelle ; - simplifier une fonction rationnelle. Faire : - étudier le signe d'une fraction rationnelle.
---	---



$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$(1+x)^n$$



Ils ont choisi
faire les maths ;
je dois donc les
y aider !!!

SITUATION D'APPRENTISSAGE N° 3 : Lieux géométriques

I. ÉLÉMENTS DE PLANIFICATION

1.1 Contenus de formation

1.1.1 Compétences

a) *Les compétences disciplinaires:*

- Résoudre un problème ou une situation-problème en utilisant les concepts et procédures du langage et du raisonnement mathématiques.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects numériques par l'appropriation des outils, techniques et procédés conventionnels ainsi que par le traitement des données.
- Appréhender la mathématique dans ses aspects géométriques par l'appropriation d'outils et de démarches propres à la géométrie.

b) *Compétence transdisciplinaire :*

- Se préparer à intégrer la vie professionnelle dans une perspective de réalisation de soi et d'insertion dans la société.

c) *Compétences transversales*

- Exploiter l'information disponible ;
- Résoudre une situation-problème ;
- Communiquer de façon précise et appropriée;
- Exercer sa pensée critique;
- Travailler en coopération.

1.1.2 Connaissances et techniques

- Vecteurs du plan (opérations sur les vecteurs ; combinaison linéaire ; décomposition d'un vecteur en une somme de deux vecteurs de directions distinctes ; bases du plan vectoriel ; coordonnées d'un vecteur dans une base ; déterminant d'un couple de vecteurs relativement à une base).
- Droites dans le plan (représentation paramétrique d'une droite dans le plan muni d'un repère ; équation cartésienne d'une droite dans le plan muni d'un repère ; distance d'un point à une droite dans le plan muni d'un repère orthonormé).
- Homothétie (définition ; propriétés ; constructions d'images).

- Symétrie orthogonale- symétrie centrale- translation (utilisation de la symétrie orthogonale, de la symétrie centrale et de la translation dans des activités géométriques).
- Angles inscrits et lieux géométriques (arcs capables ; relations métriques dans un triangle).
- Angles orientés- trigonométrie (radian ; orientation du plan ; angle orienté ; mesure principale d'un angle orienté ; cercle trigonométrique ; formules trigonométriques).
- Produit scalaire dans le plan (définition du produit scalaire par projection orthogonale ; propriétés ; expression trigonométrique du produit scalaire ; norme d'un vecteur- vecteur unitaire ; orthogonalité, base orthogonale, base orthonormée ; expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormée ; application du produit scalaire au triangle).
- Rotation (définition ; propriétés ; constructions d'images).
- Cercles dans le plan (positions relatives de cercles ; positions relatives de droites et de cercles ; équation cartésienne d'un cercle dans le plan muni d'un repère orthonormé).
- Equations et inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (Systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues ; systèmes d'inéquations du premier degré à deux inconnues ; programmation linéaire).

N.B. : Confère détail des contenus notionnels de la situation d'apprentissage.

1.1.3 Stratégie objet d'apprentissage : Résolution de problèmes.

1.2 Durée : 97 heures

1.3 Stratégies d'enseignement / apprentissage : *Brainstorming, travail individuel, travail en groupe et travail collectif.*

1.4 Matériel : *objets familiers*

2- DEROULEMENT

2.0 Situation de départ.

Séro a terminé la classe de seconde C. Il est en vacances au village.

Pour faire face aux dépenses liées à la rentrée, il fabrique, en plusieurs exemplaires, avec des tiges fines de différentes couleurs, un objet d'art dont le plan est représenté par la figure ci-dessous. Les exemplaires ainsi produits seront vendus aux jeunes de sa commune pour décorer le salon de leurs cases.

Son jeune frère Sofiano ayant vu le plan voudrait connaître les principes qui en ont guidé la confection.

32

2.1- Introduction

Cheminement d'apprentissage L'élève :	Indications pédagogiques à l'attention de l'enseignant(e)	Contenus de formation
Exprime sa perception du problème posé -lit le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en ses propres termes ; -formule toutes les idées et questions que lui inspire la situation de départ ; -reconnaît des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème.	L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape.	<i>Les compétences visées.</i>

2.2. Réalisation

L'élève : 2.2.1- Analyse chaque problème posé. - indique le sens des termes et des symboles ; - recense les informations explicites ou implicites ; - situe le problème par rapport à des problèmes similaires ; -identifie les éléments de l'hypothèse et ceux de la conclusion ; -reconnaît un objet géométrique ; -décrit un objet géométrique. 2.2.2- Mathématise le problème posé. -formule le problème posé en langage mathématique ; - identifie les concepts et les processus mathématiques acquis et qui sont appropriés ; -réalise des essais, dessins, figures codées, schémas, diagrammes, tableaux, manipulations . . .	Au cours de cette phase de réalisation l'enseignant(e) : -invite les élèves à recenser et exploiter judicieusement les informations contenues dans le texte de la situation de départ et à rechercher, au besoin, des données complémentaires -veille au bon fonctionnement des stratégies appropriées. Au cours de l'étape du <i>travail individuel</i> elle ou il : -<i>circule</i> pour voir les apprenants au travail ; - <i>reprécise</i> au besoin la tâche à réaliser avec les consignes qui s'y rattachent ; -<i>ne fait rien pour dérouter les apprenants même s'ils se trompent manifestement</i> ; -<i>exhorte chaque apprenant à faire l'effort de trouver quelque chose par</i>	
--	--	--

- conjecture ; -représente un objet géométrique ; -réalise un patron d'un objet géométrique ; -trace une figure géométrique ; -établit une relation entre un objet géométrique et un objet numérique ; -traduit une situation géométrique par une propriété caractéristique ; - établit des relations entre des objets géométriques ; 2.2.3- Opère sur l'objet mathématique identifié. -ordonne ses idées ; -justifie ses points de vue en utilisant les mots et expressions du langage et du raisonnement mathématiques. -effectue des opérations ; - justifie les opérations effectuées ; - choisit une stratégie de résolution ; - remplace le cas échéant une stratégie de résolution par une autre ; - vérifie l'état de progression de sa production ; - prouve qu'une conjecture est vraie ou fausse ; - interprète les résultats obtenus dans leur pertinence vis-à-vis des données du problème ; -présente la solution du problème dans un langage mathématique approprié ; -vérifie au besoin l'adéquation entre les résultats obtenus et la réalité ; -répond à la question posée en respectant les contraintes du problème. -construit des figures géométriques ; -utilise des instruments de géométrie ; -fabrique un objet géométrique à partir d'un patron ;	<i>lui même d'abord en évitant de verser dans le plagiat, l'attentisme et la paresse qui sont autant d'attitudes préjudiciables entre autres à l'étape ultérieure du travail de groupe.</i> -intervient pour qu'aucun apprenant ne soit perturbé dans son travail de recherche ; <u>-repère les travaux individuels intéressants du point de vue de leur exploitation didactique.</u> -commence à préparer le travail de groupe à partir des observations qu'il ou qu'elle a faites à l'étape du travail individuel ; Au cours de l'étape de travail de groupe, elle ou il : -circule pour voir comment les groupes fonctionnent ; -s'assure que les conditions pour un bon fonctionnement de chaque groupe sont réunies et y contribue le cas échéant ; -intervient dans les groupes selon les observations qu'il a pu faire au cours de l'étape précédente ; -s'assure que les membres de chaque groupe coopèrent véritablement pour la confection d'un résultat à défendre et à justifier au cours de la troisième étape ; <u>-repère les travaux de groupe intéressants du point de vue de leur exploitation didactique ;</u> -achève de préparer la gestion de l'étape suivante (travail collectif) au regard des observations qu'il ou qu'elle a pu faire ; Au cours de l'étape du travail collectif il ou elle : -organise les comptes-rendus des différents groupes et les échanges entre eux en vue de déboucher sur les résultats essentiels à retenir par le groupe-classe ; -invite les élèves à exécuter les	
---	--	--

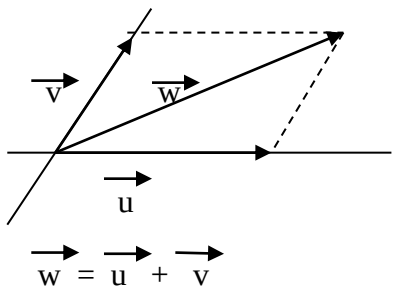
-utilise des relations entre des objets géométriques ; -utilise des propriétés d'un objet géométrique ; -calcule des mesures de grandeurs ; -exécute un programme de construction ; -utilise des relations entre objets géométriques et objets numériques ; -transforme un objet géométrique en un autre.	tâches et activités appropriées ; -invite les élèves à noter et à retenir éventuellement les résultats essentiels validés par le groupe/classe ; L'évolution de ces travaux vers la mise en place des compétences visées, doit intégrer à la fois <i>la rigueur scientifique, les exigences disciplinaires et les considérations d'ordre pédagogique.</i>	
--	---	--

2.3 Retour et projection

L'élève : 2.3.1- Objectiver les savoirs construits et les démarches utilisées : - fait le point des savoirs construits ; - exprime comment les savoirs ont été construits ; - identifie les réussites et les difficultés rencontrées ; - dégage au besoin des possibilités d'amélioration. 2.3.2- Améliore au besoin sa production : consolidation/enrichissement - choisit des possibilités d'amélioration ; - réalise des améliorations. 2.3.3- Réinvestit ses acquis dans d'autres situations de la vie : - identifie des situations dans lesquelles les savoirs construits et les démarches utilisées peuvent être investis ; - applique les savoirs construits et les démarches utilisées à des situations de la vie courante.	-invite l'élève à dire ce qu'il /elle a appris et comment il/elle l'a appris. - invite l'élève à s'auto évaluer. - invite l'élève à améliorer si possible sa production -invite l'élève à identifier des situations de la vie courante pour appliquer les savoirs construits et les démarches utilisées.	<i>Compétence transdisciplinaire : N°3 : Se préparer à intégrer la vie professionnelle et à s'insérer dans la société.</i>
---	---	---

DETAIL DES CONTENUS NOTIONNELS DE LA SITUATION D'APPRENTISSAGE N°3 :

Durée : 97 heures.

Contenus notionnels	Indications pédagogiques
1. Vecteurs du plan	<i>La notion d'espace vectoriel est complètement hors programme. On réinvestira ici, de manière très succincte, la notion de vecteur et les propriétés vues au premier cycle dans ce cadre (égalité de deux vecteurs, direction, sens et longueur d'un vecteur, somme de deux vecteurs, produit d'un vecteur par un nombre réel...).</i> <i>Il arrive qu'on choisisse de noter un vecteur donné par une lettre surmontée d'une flèche : $\vec{a}$, $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$.</i> <i>Si (A,B) est un représentant du vecteur noté $\vec{u}$, alors on notera $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.</i>
Opérations sur les vecteurs	Faire: - énoncer les propriétés : • $\vec{u}$ étant un vecteur et O un point du plan donné, il existe un point unique M du plan tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$ <i>Cette propriété sera admise.</i> • $\vec{u}$ étant un vecteur et λ un nombre réel, on a : $\lambda \vec{u} = \vec{0}$ si et seulement si $\lambda = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$ - utiliser ces propriétés.
Combinaison linéaire	Faire : - définir une combinaison linéaire de vecteurs du plan vectoriel ; <i>On appelle plan vectoriel l'ensemble des vecteurs du plan.</i> - reconnaître une combinaison linéaire de vecteurs du plan ; - construire un représentant d'une combinaison linéaire de vecteurs du plan.
Décomposition d'un vecteur en une somme de deux vecteurs de directions distinctes	Faire : - décomposer un vecteur non nul en une somme de deux vecteurs de directions distinctes données ;  $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$

	- démontrer la propriété : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant deux vecteurs du plan, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un nombre réel λ tel que $\vec{u} = \lambda \vec{v} \text{ ou } \vec{v} = \lambda \vec{u}$ - utiliser cette propriété. <i>On s'emploiera à utiliser la colinéarité de deux vecteurs pour justifier :</i> ○ l'alignement de trois points ; ○ le parallélisme de droites. - reconnaître deux vecteurs non colinéaires du plan ; - démontrer la propriété : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs du plan, les deux énoncés suivants sont équivalents : • $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires ; • si α et β sont des nombres réels tels que $\alpha \vec{u} + \beta \vec{v} = \vec{0}$ alors, $\alpha = \beta = 0$; - utiliser cette propriété. Faire : - définir une base du plan vectoriel ; <i>La formule du changement de base est hors programme.</i> - reconnaître une base du plan vectoriel ; Coordonnées d'un vecteur dans une base Faire : - déterminer les coordonnées d'un vecteur dans une base ; - écrire un vecteur comme combinaison linéaire des vecteurs de la base, connaissant les coordonnées de ce vecteur dans cette base ; - représenter un vecteur connaissant ses coordonnées. Déterminant d'un couple de vecteurs relativement à une base Faire : - calculer le déterminant d'un couple de vecteurs relativement à une base ; - utiliser le déterminant pour : • exprimer la colinéarité ou la non colinéarité de deux vecteurs ; • établir le parallélisme de deux droites ; • trouver une équation cartésienne d'une droite ; • établir l'alignement de trois points. - caractériser vectoriellement : • le centre de gravité d'un triangle ; • un segment de droite ; • une demi-droite.
--	---

2. Droites dans le plan

Représentation paramétrique d'une droite dans le plan muni d'un repère

Faire :

- tracer une droite connaissant un de ses points et un de ses vecteurs directeurs ;
- énoncer la propriété :
Pour tout point A et pour tout vecteur non nul $\vec{u}$, il existe une droite et une seule passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$;

Cette propriété sera admise.

- utiliser cette propriété ;
- énoncer la propriété :

Soit (D) une droite de vecteur directeur $\vec{u}$ et A un point de (D). Pour tout point M du plan on a :

$(M \in (D)) \Leftrightarrow (\overrightarrow{AM} \text{ et } \vec{u} \text{ sont colinéaires})$;

- utiliser cette propriété ;
- démontrer la propriété :

Le plan est muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Soit a, b, x_0 , y_0 des nombres réels tels que $(a, b) \neq (0,0)$.

L'ensemble des points M dont les coordonnées (x, y) vérifient

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

est la droite (D) passant par le point A (x_0, y_0) et dont un vecteur directeur est $\vec{u}(a, b)$;

- utiliser cette propriété ;
- définir une représentation paramétrique d'une droite dans le plan muni d'un repère ;

Le plan est muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. Soit (D) la droite passant par A (x_0, y_0) et de vecteur directeur $\vec{u}(a, b)$. Le système

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

est appelé une représentation paramétrique ou système d'équations paramétriques de la droite (D) dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Equation cartésienne d'une droite dans le plan muni d'un repère

Faire :

- démontrer les propriétés :
Le plan est muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$;
- soit (D) une droite. Il existe des nombres réels a, b et c tels que pour tout point M (x, y) :
 $M \in (D)$ si et seulement si $ax + by + c = 0$;
- soit a, b et c des nombres réels tels que $(a, b) \neq (0,0)$; l'ensemble des points M dont les coordonnées (x, y) vérifient l'équation $ax + by + c = 0$ est

Distance d'un point à une droite dans le plan muni d'un repère orthonormé

une droite de vecteur directeur $\vec{u}(-b, a)$;

- utiliser ces propriétés ;
- définir une équation cartésienne d'une droite du plan ;

Soit $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ un repère et (D) une droite du plan. Toute équation du type $ax + by + c = 0$, $(a,b) \neq (0,0)$ est appelée **équation cartésienne** de (D) dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$

Sur des exemples précis le professeur fera trouver par les élèves :

- une équation cartésienne d'une droite à partir d'une représentation paramétrique de cette dernière ;
- une représentation paramétrique d'une droite à partir d'une équation cartésienne de cette dernière ;
- l'intersection de deux droites définies par des représentations paramétriques ;
- l'intersection de deux droites définies par des équations cartésiennes ;
- l'intersection de deux droites l'une définie par une équation cartésienne et l'autre par une représentation paramétrique.
- définir un vecteur normal à une droite ;
- déterminer un vecteur normal à une droite.

Faire :

- démontrer les propriétés suivantes :
 - Soit (D) et (D') deux droites ayant respectivement $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ comme vecteurs normaux,
 $[(D) \perp (D')] \Leftrightarrow [\vec{n} \perp \vec{n'}]$;
 - Pour tout point A et pour tout vecteur non nul $\vec{n}$, il existe une seule droite passant par A et de vecteur normal $\vec{n}$;
 - Soit (D) une droite, $\vec{n}$ un vecteur normal à (D) et A un point de (D) . Pour tout point M du plan on a : $[M \in (D)] \Leftrightarrow [AM \perp \vec{n}]$;
 - $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormal du plan et (D) une droite d'équation cartésienne $ax + by + c = 0$, avec $(a, b) \neq (0,0)$; soit $M_0(x_0, y_0)$ un point du plan ; la distance à M_0 de (D) est

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} ;$$
- utiliser ces propriétés.

Définition

Faire :

- définir une homothétie :

O est un point du plan et k un nombre réel non nul. On appelle homothétie de centre O et de rapport k l'application du plan qui à tout point M associe le point M' défini par $\overrightarrow{OM'} = k \overrightarrow{OM}$.

On pourra noter $h(O,k)$ l'homothétie de centre O et de rapport k .

$h(O,1)$ est l'identité du plan ;

$h(O,-1)$ est la symétrie de centre O .

On fera remarquer qu'un point, son image par une homothétie et le centre de cette homothétie sont alignés.

- utiliser le vocabulaire relatif à une homothétie :
centre, rapport, homothétique... ;
- construire l'image d'un point par une homothétie de
centre et de rapport donnés ;
- définir une transformation du plan dans lui-même ;

Toute application f du plan dans lui-même pour laquelle tout point M' est l'image d'un unique point M est appelé transformation du plan.

On fera découvrir par les élèves des exemples d'applications qui sont des transformations du plan et des contre-exemples.

- définir la réciproque d'une transformation du plan dans lui-même.

On fera déterminer les réciproques des transformations étudiées au premier cycle (symétrie centrale, symétrie orthogonale et translation).

- caractériser un point invariant par une application du plan dans lui-même.

Propriétés

Faire :

- démontrer la propriété :

Le seul point invariant par une homothétie de rapport différent de 1 est son centre ;

- démontrer la propriété :

Soit O un point et k un nombre réel non nul. Quels que soient les points M et M' , on a :

$$M' = h_{(O,k)}(M) \quad \text{signifie} \quad M = h_{(O, \frac{1}{k})}(M')$$

Constructions d'images

- démontrer la propriété fondamentale d'une homothétie :

$h_{(O,k)}$ étant l'homothétie de centre O et de rapport k, M' et N' les images respectives de deux points M et N par h, on a : $\overrightarrow{M'N'} = k \overrightarrow{MN}$;

La réciproque de cette propriété ne figure pas aux programmes des classes de seconde.

- démontrer les propriétés suivantes :
 - L'image par une homothétie
 - d'une droite est une droite qui lui est parallèle ;
 - d'une demi-droite est une demi-droite ;
 - d'un segment de droite est un segment de droite ;
 - L'homothétie conserve :
 - l'alignement des points ;
 - le milieu d'un segment ;
 - le parallélisme ;
 - l'orthogonalité ;
 - les angles orientés ;

On fera remarquer que l'homothétie conserve aussi les angles géométriques (angles non orientés).

- L'homothétie de rapport k multiplie :
 - les longueurs par $|k|$;
 - les aires par k^2 ;

Cette dernière propriété sera admise.

- utiliser ces propriétés.

Faire :

- construire à la règle et au compas l'image d'un point M par une homothétie déterminée par la donnée de son centre O, un point A distinct de O et son image A'.

On distinguera :

- M est un point extérieur à la droite (OA) ;
- M est un point de la droite (OA).

Les activités de constructions d'images de figures simples (triangle, cercle, parallélogramme) pourront être menées en T.D.

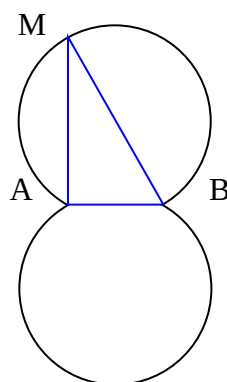
4. Symétrie orthogonale – symétrie centrale – translation Utilisation de la symétrie orthogonale, de la symétrie centrale et de la translation dans les activités géométriques Propriétés 5. Angles inscrits et lieux géométriques	Faire : - utiliser la symétrie orthogonale pour résoudre les problèmes de construction ; - utiliser la symétrie orthogonale pour démontrer des propriétés géométriques ; - utiliser la symétrie centrale pour résoudre les problèmes de construction ; - utiliser la symétrie centrale pour démontrer des propriétés géométriques ; - utiliser la translation pour résoudre les problèmes de construction ; - utiliser la translation pour démontrer des propriétés géométriques. Faire : - démontrer les propriétés suivantes : • La composée de deux symétries orthogonales d'axes perpendiculaires est la symétrie centrale dont le centre est le point de concours des deux axes. • La composée de deux symétries orthogonales d'axes parallèles est une translation. • La composée de deux symétries centrales de centres distincts est une translation. <i>On fera démontrer que :</i> Etant donnés deux points distincts I et J du plan, si M et N sont des points du plan tels que $S_I[S_J(M)] = N \text{ alors } \overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{JI}$ - admettre la propriété : La composée de deux translations est une translation dont le vecteur est la somme des vecteurs des deux translations ; - utiliser ces propriétés. <i>Les notions relatives au théorème de l'angle inscrit étendues au cas limite où l'angle inscrit est défini par une corde et une demi-tangente à un cercle ont déjà été étudiées en classe de troisième. Ces notions sont autant de pré-requis sur lesquels le professeur s'appuiera.</i>
--	---

Arcs capables

Faire :

- comparer des angles inscrits dans un même cercle et interceptant :
 - le même arc ;
 - deux arcs de même longueur ;
 - deux arcs distincts de mêmes extrémités.
- déterminer le lieu géométrique des points M tels que, A et B étant deux points distincts du plan, on ait

$\widehat{AMB} = \Theta^\circ$ avec Θ un nombre réel fixé de l'intervalle] 0 ; 180[.



$$\widehat{AMB} = \Theta^\circ$$

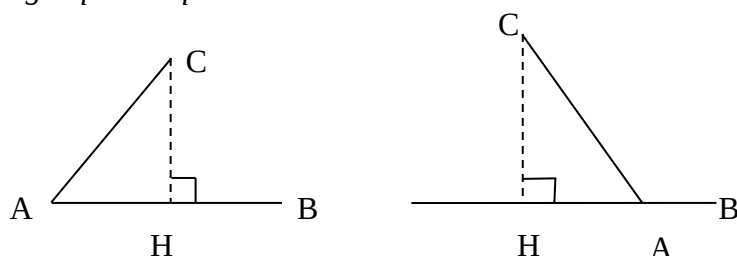
Ce lieu géométrique est constitué de deux arcs d'extrémités A et B ; chacun d'eux est appelé arc capable d'extrémités A et B et de mesure Θ° . On construira des arcs capables avec Θ élément de {30, 45, 60, 90, 120, 135, 150}.

Relations métriques dans le triangle

Faire :

- définir le sinus d'un angle ;

En classe de troisième le sinus d'un angle aigu a été défini. Le professeur veillera à étendre cette définition à un angle quelconque :



$$\sin \widehat{BAC} = \frac{HC}{AC} \quad \sin \widehat{BAC} = \sin \widehat{HAC}$$

6- Angles orientés – Trigonométrie

Radian

Orientation du plan - Angle orienté

- démontrer les propriétés:
 ABC est un triangle tel que $AB = c$, $AC = b$ et $BC = a$. R est le rayon de son cercle circonscrit et S est son aire. Alors on a :
 - $S = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$
 - $S = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B}$
 - $S = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C}$
 - $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R = \frac{abc}{2S}$
- utiliser ces propriétés ;
- calculer la longueur d'un arc de cercle de rayon R intercepté par un angle au centre de mesure α radians, $\alpha \in]-\pi ; \pi]$.

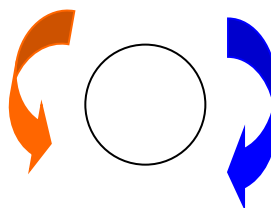
Dans cette partie du programme, l'unité d'angle utilisée est le radian.

Faire :

- définir le radian ;
Le radian est la mesure d'un angle au centre qui intercepte sur un cercle un arc dont la longueur est égale au rayon du cercle.
- exprimer la mesure d'un angle en radian ;
La mesure en radian d'un angle $\widehat{MON}$ est égale à la longueur de l'arc intercepté par cet angle sur le cercle de centre O et de rayon 1. On la notera $\widehat{MON}$.
- convertir des mesures d'angle de degrés en radians et inversement.

Faire :

- reconnaître une orientation du plan ;
Sur un cercle donné, il existe deux sens de parcours.



Orienter le plan c'est choisir l'un des sens appelé sens positif ou direct. L'autre sens est dit négatif ou rétrograde.

Mesure principale d'un angle orienté

- définir un angle orienté de deux vecteurs non nuls ;
On utilisera indifféremment l'une ou l'autre des deux notations : $(\vec{u}, \vec{v})$ ou $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$
- reconnaître deux angles orientés opposés.

Faire :

- définir la mesure principale d'un angle orienté ;

$(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY})$ est un angle orienté, M et N les points d'intersection respectifs des demi-droites $[OX)$ et $[OY)$ avec un cercle de centre O. La mesure principale de l'angle orienté

$(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY})$, notée $\text{mes}(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY})$, est défini par :

- si $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY})$ est l'angle nul, $\text{mes}(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}) = 0$;
- si $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY})$ est l'angle plat, $\text{mes}(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}) = \pi$;
- si $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY})$ n'est ni nul ni plat,

- $\text{mes}(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}) = \text{mes } XOY$ lorsque le sens du déplacement de M vers N sur l'arc $\widehat{MN}$ est le sens direct (Fig. 1)
- $\text{mes}(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OY}) = -\text{mes } XOY$ lorsque le sens de déplacement de M vers N sur l'arc $\widehat{MN}$ est le sens indirect (Fig. 2).

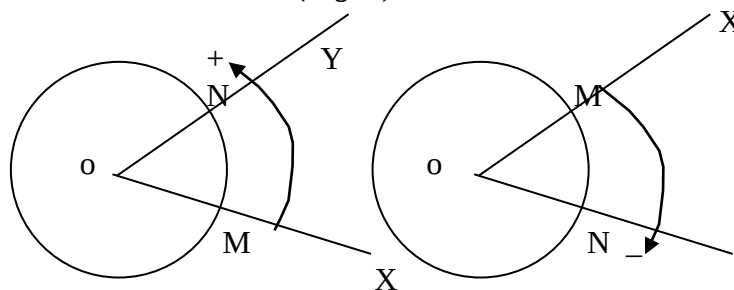
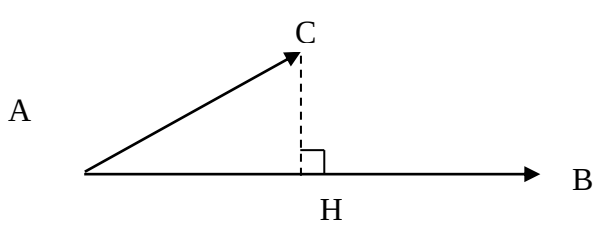


Fig. 1

Fig. 2

- définir l'égalité de deux angles orientés ;
Deux angles orientés sont égaux si leurs mesures principales sont égales.
- utiliser cette propriété ;
- définir la notion d'angle orienté de deux demi-droites de même origine ;

	$[OX)$ et $[OY)$ étant deux demi-droites de même origine O, A un point de $[OX)$ distinct de O et B un point de $[OY)$ distinct de O, $\widehat{(Ox,Oy)} = \widehat{(OA,OB)}$ - énoncer la propriété : Pour toute demi-droite $[Ox)$ du plan et pour tout nombre réel α élément de $] -\pi, \pi[$, il existe une unique demi-droite $[Oy)$ telle que : $\widehat{(Ox, Oy)} = \alpha$; - énoncer la propriété : Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$, $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})} = -\widehat{(\vec{v}, \vec{u})}$ - utiliser cette propriété ; <i>N.B. : On pourra, à l'occasion d'exercices simples, faire découvrir l'effet de la translation et de la symétrie orthogonale sur les mesures des angles orientés ; aucune formalisation n'est requise à ce niveau.</i> - définir un repère orthonormé direct. Cercle trigonométrique Faire : - définir un cercle trigonométrique ; - placer sur le cercle trigonométrique, le point image d'un angle orienté dont on connaît la mesure principale ; - définir le sinus d'un angle orienté ; - définir le cosinus d'un angle orienté ; Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})} = \alpha, \quad \alpha \in]-\pi; \pi[.$ On notera : $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \cos \alpha$ et $\sin(\vec{u}, \vec{v}) = \sin \alpha$. <i>L'enseignant(e) amènera l'apprenant à apprendre à retrouver rapidement les lignes trigonométriques des angles remarquables : $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$.</i> Formules trigonométriques Faire : - énoncer les propriétés : Quel que soit le nombre réel α, $\alpha \in]-\pi; \pi[$ $-1 \leq \cos \alpha \leq 1 ; -1 \leq \sin \alpha \leq 1$ $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha ; \sin(-\alpha) = -\sin \alpha ;$ <i>L'enseignant(e) fera découvrir ces propriétés à l'apprenant à l'aide du cercle trigonométrique.</i>
--	---

7. Produit scalaire dans le plan Définition du produit scalaire par projection orthogonale	- utiliser ces propriétés ; - déterminer le signe du sinus d'un angle orienté dont on connaît la mesure principale ; - déterminer le signe du cosinus d'un angle orienté dont on connaît la mesure principale ; - déterminer en fonction de $\sin \alpha$ et de $\cos \alpha$ les lignes trigonométriques des angles associés : $\pi - \alpha; \pi + \alpha; \frac{\pi}{2} - \alpha; \frac{\pi}{2} + \alpha. \quad \alpha \text{ étant la mesure principale d'un angle orienté ;}$ <i>Les formules d'addition sont hors programme. Pour les exercices, le professeur veillera à ce que les nombres</i> $\pi - \alpha; \pi + \alpha; \frac{\pi}{2} - \alpha; \frac{\pi}{2} + \alpha. \text{ appartiennent à }]-\pi; \pi].$ - définir la tangente d'un angle orienté ; - démontrer la propriété : Quel que soit le nombre réel α, $\alpha \in]-\pi; \pi]$ tel que $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ et $\alpha \neq -\frac{\pi}{2}$: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} ;$ - utiliser cette propriété. Faire : - définir la mesure algébrique d'un couple de points ; <i>L'enseignant(e) ne s'attardera pas sur cette notion.</i> - calculer la mesure algébrique d'un couple de points ; - définir le produit scalaire de deux vecteurs ; <i>A, B et C sont trois points du plan. On appelle produit scalaire du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le vecteur $\overrightarrow{AC}$ le nombre réel noté $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, lu AB scalaire AC défini par :</i> ▪ Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$ alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ ▪ Si $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{0}$ alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overline{AB} \times \overline{AH}$ où H est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB). 
--	---

Propriétés

N.B. : L'enseignant(e) fera remarquer les différents cas permettant de déterminer le signe du produit scalaire :

- Si l'angle $\widehat{BAC}$ est aigu, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} > 0$;
- Si l'angle $\widehat{BAC}$ est obtus, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} < 0$;
- Si l'angle $\widehat{BAC}$ est droit, alors $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$;

Plus généralement, si A, B, C et D sont quatre points du plan, tels que A et B sont distincts, alors on a :

$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \overline{AB} \times \overline{HH'}$ où H et H' sont les projetés orthogonaux respectifs des points C et D sur la droite (AB).

Faire :

- démontrer les propriétés suivantes :
 - A, B et C étant trois points du plan tels que

$\vec{AB} \neq \vec{0}$ et $\vec{AC} \neq \vec{0}$, alors

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \overline{AB} \times \overline{AC} \times \cos(\vec{AB}, \vec{AC}) ;$$

Si A = B ou si A = C alors $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$
 L'expression $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \overline{AB} \times \overline{AC} \times \cos(\vec{AB}, \vec{AC})$ est appelée expression trigonométrique du produit scalaire.

- Pour tout couple $(\vec{u}, \vec{v})$ de vecteurs, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$;
- Pour tout couple $(\vec{u}, \vec{v})$ de vecteurs et pour tout nombre réel α , $(\alpha \vec{u}) \cdot \vec{v} = \alpha (\vec{u} \cdot \vec{v})$;

- utiliser ces propriétés ;

- énoncer la propriété suivante :

Quels que soient les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ on a :

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$$

- utiliser cette propriété ;

- définir le carré scalaire d'un vecteur ;

- démontrer les propriétés suivantes :

- Pour tout couple $(\vec{u}, \vec{v})$ de vecteurs,

$$(\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2$$

- Pour tout couple $(\vec{u}, \vec{v})$ de vecteurs,

$$\vec{u}^2 - \vec{v}^2 = (\vec{u} - \vec{v})(\vec{u} + \vec{v}) ;$$

Propriétés	- utiliser le vocabulaire relatif à une rotation : centre, angle... ; - construire l'image d'un point par une rotation de centre et d'angle donnés ; Si α est non nul, le seul point invariant par la rotation $r(O, \alpha)$ est le point O. On s'intéressera aux cas particuliers : ○ $\alpha = 0$; $r(O, \alpha)$ est l'identité du plan ; ○ $\alpha = \frac{\pi}{2}$; $r(O, \alpha)$ est appelée un quart de tour direct ; ○ $\alpha = -\frac{\pi}{2}$; $r(O, \alpha)$ est appelée un quart de tour indirect ○ $\alpha = \pi$; $r(O, \alpha)$ est la symétrie centrale de centre O ; on l'appelle aussi le demi-tour de centre O. Faire : - énoncer les propriétés suivantes : • (D) et (D') étant deux droites sécantes en O. S_D et $S_{D'}$ les symétries orthogonales d'axes respectifs (D) et (D'), l'application $S_{D'} \circ S_D$ est une rotation de centre O ; • r étant une rotation de centre O, on peut trouver deux droites (D) et (D') sécantes en O telles que la rotation r soit l'application $S_{D'} \circ S_D$; On ne fera pas démontrer ces propriétés mais l'enseignant(e) amènera les apprenants, au travers d'exemples, à les énoncer. - utiliser ces propriétés ; - énoncer la propriété : Soit $r(O, \alpha)$ la rotation de centre O et d'angle α, A et B deux points distincts du plan d'images respectives A' et B', on a :  $AB = A'B'$ et $\text{mes}(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}) = \alpha$; - utiliser cette propriété ; - démontrer les propriétés : L'image par une rotation : • d'une droite est une droite ; • d'une demi-droite est une demi-droite ; • d'un segment de droite est un segment de droite de même mesure ; • d'un cercle est un cercle de même rayon et de centre le transformé du centre ;
--------------------------	---

9. Cercles dans le plan.

Positions relatives de cercles

- utiliser ces propriétés ;
- démontrer les propriétés suivantes :

La rotation conserve :

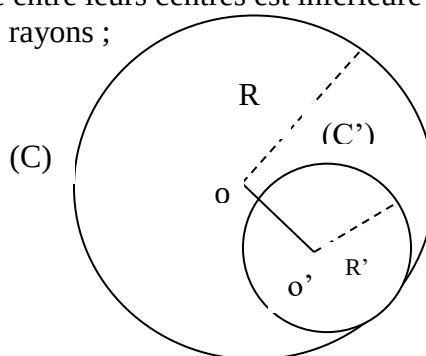
- l'alignement des points ;
- le milieu d'un segment ;
- le parallélisme ;
- l'orthogonalité ;
- les angles orientés ;
- les distances ;
- les aires.

L'enseignant(e) fera remarquer que la rotation conserve aussi les angles géométriques (angles non orientés)

- utiliser ces propriétés ;
- construire à la règle et au compas l'image d'une figure simple par une rotation déterminée par la donnée de :
 - son centre et la mesure de son angle ;
 - son centre, un point et son image par cette rotation.

Faire :

- reconnaître un cercle intérieur à un autre ;
- énoncer les propriétés :
 - Si deux cercles sont tels que la distance entre leurs centres est inférieure à la différence de leurs rayons, alors ils sont intérieurs l'un de l'autre ;
 - Si deux cercles sont intérieurs l'un de l'autre, alors la distance entre leurs centres est inférieure à la différence de leurs rayons ;



$OO' < R - R'$. Le cercle (C') est intérieur au cercle (C) .

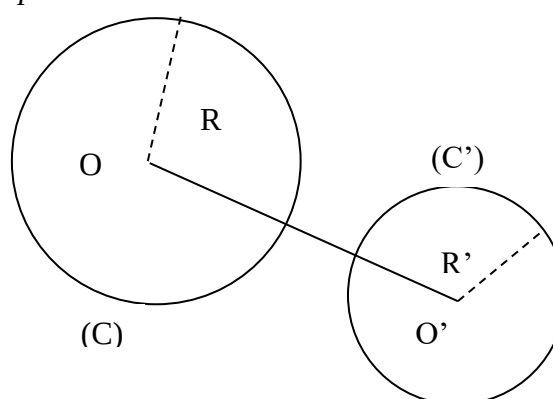
Ces propriétés seront admises.

- utiliser ces propriétés ;
- reconnaître un cercle extérieur à un autre ;

Aucune définition n'est exigible à ce niveau.

- énoncer les propriétés :
 - Si deux cercles sont tels que la distance entre leur centre est supérieure à la somme de leurs rayons alors ils sont extérieurs l'un à l'autre ;
 - Si deux cercles sont extérieurs l'un à l'autre, alors la distance entre leurs centres est supérieure à la somme de leurs rayons ;

Ces propriétés seront admises.



$OO' > R + R'$. Le cercle (C') est extérieur au cercle (C).

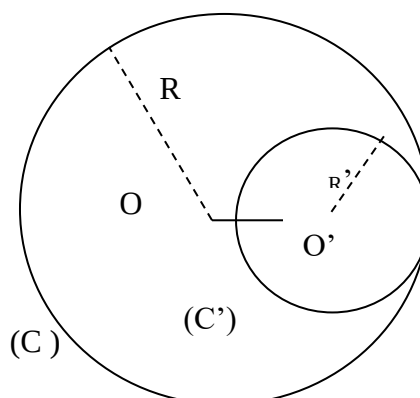
- utiliser ces propriétés ;
- énoncer les propriétés :
 - Si deux cercles sont intérieurs l'un à l'autre, alors ils n'ont aucun point commun ;
 - Si deux cercles n'ont aucun point en commun, alors ils sont intérieurs l'un de l'autre ou ils sont extérieurs l'un de l'autre ;
- utiliser ces propriétés ;
- reconnaître un cercle tangent intérieurement à un autre ;

Aucune définition n'est exigible à ce niveau.

- énoncer les propriétés :
 - Si deux cercles sont tels que la distance entre leurs centres est égale à la différence de leurs rayons, alors ils sont tangents intérieurement ;
 - Si deux cercles sont tangents intérieurement, alors la distance entre leurs centres est égale à la différence de leurs rayons ;

Ces propriétés seront admises.

- utiliser ces propriétés ;

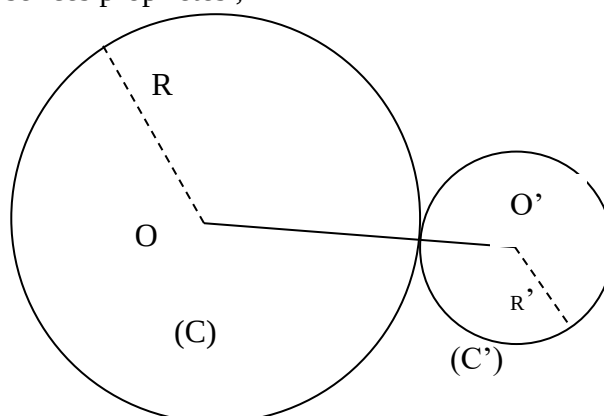


$OO' = R - R'$. Le cercle (C') est tangent intérieurement au cercle (C) .

- reconnaître un cercle tangent extérieurement à un autre ;
- énoncer les propriétés :
 - Si deux cercles sont tels que la distance entre leurs centres est égale à la somme de leurs rayons alors ils sont tangents extérieurement ;
 - Si deux cercles sont tangents extérieurement, alors la distance entre leurs centres est égale à la somme de leurs rayons ;

Ces propriétés seront admises.

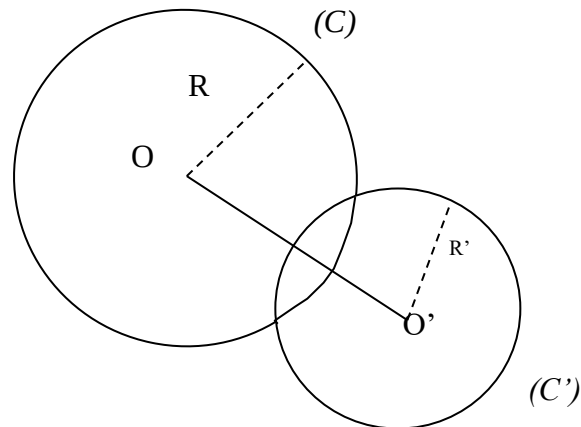
- utiliser ces propriétés ;



$OO' = R + R'$ Le cercle (C') est tangent extérieurement au cercle (C) .

- énoncer les propriétés :
 - Si deux cercles sont tangents intérieurement alors ils ont un point commun et seul ;

- Si deux cercles sont tangents extérieurement alors ils ont un point commun et seul ;
 - Si deux cercles ont un point commun et seul, alors Ils sont tangents ;
 - utiliser ces propriétés ;
 - reconnaître deux cercles sécants ;
- Aucune définition n'est exigible à ce niveau.*



$OO' > R - R'$ et $OO' < R + R'$ Les cercles (C') et (C) sont sécants.

- énoncer les propriétés suivantes :
 - Si deux cercles sont tels que la distance entre leurs centres est comprise entre la différence et la somme de leurs rayons, alors ils sont sécants ;
 - Si deux cercles sont sécants, alors la distance entre leurs centres est comprise entre la différence et la somme de leurs rayons ;

Ces propriétés seront admises.

- utiliser ces propriétés ;
- énoncer les propriétés suivantes :
 - Si deux cercles sont sécants alors ils ont deux points communs ;
 - Si deux cercles ont deux points communs alors ils sont sécants ;

Ces propriétés seront admises.

- utiliser ces propriétés.

Equation cartésienne d'un cercle dans le plan muni d'un repère orthonormé

Faire :

- déterminer une équation cartésienne d'un cercle dans un repère orthonormal du plan ;
- reconnaître l'ensemble des points M dont les coordonnées (x,y) vérifient la relation :

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \quad a, b \text{ et } c \text{ étant des nombres réels ;}$$

On pourra faire trouver une équation d'un cercle déterminé par un de ses diamètres.

- reconnaître l'ensemble des points M dont les coordonnées (x,y) vérifient la relation :

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \quad a, b \text{ et } c \text{ étant des nombres réels ;}$$

L'enseignant (e) fera envisager les cas suivants :

Cet ensemble est :

- vide ;
- un singleton ;
- un cercle.

Positions relatives de droites et de cercles

Faire :

- reconnaître les positions relatives d'une droite et d'un cercle ;

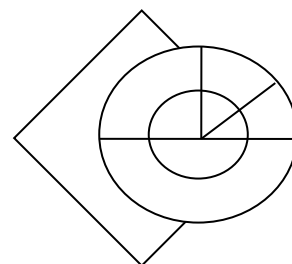
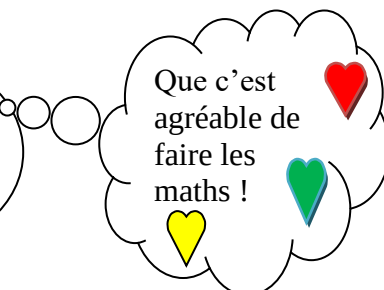
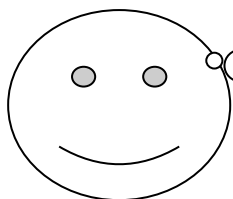
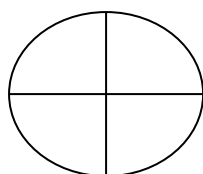
L'enseignant (e) fera approfondir l'étude entamée en classe de quatrième.

- énoncer la propriété :

I étant un point du plan, (C) le cercle de centre I et de rayon R, (D) une droite et d la distance de I à (D) :

- si $d < R$ alors (D) et (C) se coupent en deux points ;
- si $d = R$ alors (D) et (C) ont un point commun et un seul ;
- si $d > R$ alors (D) et (C) n'ont aucun point commun.
- utiliser cette propriété.

10. Equations et inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues Systèmes d'inéquations du premier degré à deux inconnues Programmation linéaire	<i>La résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues a été abordée en classe de troisième pour les systèmes sans paramètre et par les méthodes d'addition et de substitution. Il s'agit ici d'introduire les paramètres et d'enrichir les techniques de résolution par la méthode des déterminants.</i> Faire : - résoudre avec ou sans paramètre, à l'aide du déterminant d'ordre deux un système de deux équations du premier degré à deux inconnues ; - résoudre un système de plus de deux équations du premier degré à deux inconnues ; - résoudre un système de deux équations du premier degré à deux inconnues en effectuant un changement d'inconnues ; Faire : - résoudre graphiquement une inéquation du premier degré à deux inconnues ; <i>On introduira le terme de régionnement du plan.</i> - résoudre graphiquement un système de plus de deux inéquations du premier degré à deux inconnues ; Faire : - résoudre un problème conduisant à un système d'inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. <i>L'enseignant (e) initiera les apprenants à l'étude de la programmation linéaire.</i>
---	---



3. Documents d'accompagnement

3.1 Document d'exploitation des situations de départ

Une situation de départ est la porte d'entrée d'une situation d'apprentissage. L'enseignant (e) devra l'utiliser comme thème central de toutes les activités et problèmes qui permettent aux apprenants de réfléchir pour construire ensemble les connaissances et techniques associées, par le programme, à la situation d'apprentissage. Cet état de fait permet de constater que toutes les activités de redécouvertes et d'évaluation formatives d'une S.A. devraient être liées à sa situation de départ.

Avertissement : Les situations de départ présentées dans ce guide ne sont que des exemples de situations parmi tant d'autres. Ce sont donc des propositions. Le professeur peut être mieux inspiré, pourvu que la situation de départ qu'il conçoit et l'exploitation qu'il en fait répondent aux exigences de l'approche par compétences.

3.1.1 Situation de départ n° 1

La situation de départ conçue pour le déroulement de la situation d'apprentissage n° 1 permettra de faire :

- représenter dans le plan des objets de l'espace.
- rappeler les positions relatives de droites de l'espace.
- caractériser un plan.
- rappeler les positions relatives d'une droite et d'un plan de l'espace.
- rappeler les positions relatives de plans de l'espace.
- étudier le parallélisme de droites et plans de l'espace.
- déterminer la section d'un solide de l'espace par un plan.
- reconnaître les positions relatives d'une sphère et d'un plan de l'espace.

N.B. : On pourra exploiter le schéma de la toiture de la maison de Koffi pour faire ressortir les indications pédagogiques précédentes. Ce sera l'occasion :

- de faire utiliser les règles de perspective cavalière abordées en classe de 4^{ème},
- d'aborder les éléments de logique (proposition vraie, proposition fausse, négation d'une proposition), les connecteurs logiques "et", "ou", "l'implication", "l'équivalence logique", quelques modes de raisonnement logique (raisonnement par déduction, raisonnement par l'absurde, raisonnement par épuisement des cas, raisonnement par équivalence logique).

3.1.2 Situation de départ n° 2

Les notes obtenues par les élèves peuvent permettre d'aborder les notions de fonction, d'application et de statistique.

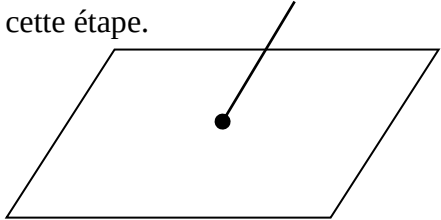
La détermination de quelques aires de cartons permet de faire émerger les notions de polynôme, de fraction rationnelle, d'introduire le calcul dans IR, l'étude de fonction, la résolution d'équation et d'inéquation à une inconnue dans IR.

3.1.3 Situation de départ n° 3

Dans la situation de départ conçue pour le développement de la situation d'apprentissage n°3 :

- la figure est placée dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
- les points A, B, C, ...etc. peuvent être utilisés pour construire des combinaisons linéaires.
- Dans (O, I, J), on a A (3,-1), B''(-1, -1); le professeur pourra exploiter la figure pour déterminer les coordonnées des points B, C, C'', D'', C', G, D', D₁, ...etc. , pour une bonne conception de sa fiche.
- Le segment [C', G] et son milieu K peuvent servir à réaliser la caractérisation vectorielle d'un segment.
- Le triangle CBA peut aider à la caractérisation du centre de gravité d'un triangle.
- Les points B et O tels que $\overrightarrow{BO} = \vec{u}$ peuvent servir à faire émerger le concept de représentation paramétrique d'une droite. Ici, on peut utiliser la droite (D) passant par B et ayant le vecteur $\vec{u}$ pour un vecteur directeur. La droite (D''B'') et une de ses équations cartésiennes nous permettent de déterminer un vecteur normal et de découvrir la formule qui donne la distance d'un point M(x₀, y₀) à une droite (Δ) dont on connaît une équation cartésienne.
- Les quadrilatères et/ou les triangles de ce schéma pourront servir à introduire des applications du plan, les équations et inéquations...etc.

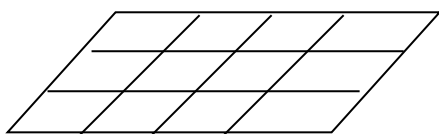
3.2 Document d'appui à la situation d'apprentissage N° 1

<u>Activités</u>	<u>Indications pédagogiques</u>
<u>Activité 0</u> -lis le texte de la situation de départ ; -reformule le problème ou la situation-problème en tes propres termes ; -formule toutes les idées et questions que t'inspire la situation de départ ; -reconnais des situations similaires ; -anticipe éventuellement sur la réponse au problème. <u>Activité 1</u> L'un des amis de Coffi a reconnu parmi les solides déposés sur le bureau du professeur un objet ayant la forme du toit de la maison Consigne Aide cet ami de Coffi à représenter sur une feuille de papier le toit de la maison dans chacun des cas suivants. <u>1^{er} cas:</u> L'une des faces triangulaires est posée sur la plan horizontal	L'enseignant(e) laisse les élèves exprimer librement leurs acquis antérieurs sur la situation de départ. Les questions doivent provenir des élèves et aucune justification n'est nécessaire à cette étape.  L'enseignant amènera en classe des objets de formes variées: pyramide, cube, prisme droit, pavé droit, cône etc. L'exploitation des résultats de cette activité permettra de faire utiliser les règles de perspective cavalière.

2^{ème} cas: Les deux faces triangulaires sont vues de profil.

Activité 2

Le plafond a été réalisé, à l'aide de contre-plaqué comme l'indique la figure ci-dessous.



Consignes

(D) est une droite et (P) un plan de l'espace.

Déterminer l'intersection $(D) \cap (P)$ de la droite (D) et du plan (P) dans chacun des cas suivants:

1°) (D) est parallèle à (P)

2°) (D) et (P) sont sécants en un point I

On matérialise un plan lorsqu'on imagine que le contre-plaqué s'étend indéfiniment dans tous les sens. On représente généralement un plan par un parallélogramme.

De même on matérialise une droite lorsqu'on imagine qu'une planche de la charpente du toit s'étend indéfiniment de façon rectiligne.

L'exploitation des résultats de cette activité permettra de:

- faire rappeler la propriété suivante.

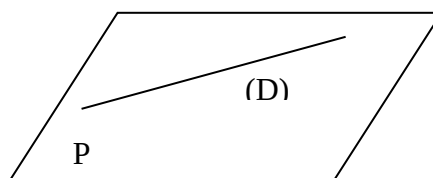
* Une droite est parallèle à un plan si elle est parallèle à une droite de ce plan.

- faire énoncer les propriétés.

(D) est une droite et (P) un plan de l'espace.

* (D) et (P) sont parallèles signifie :

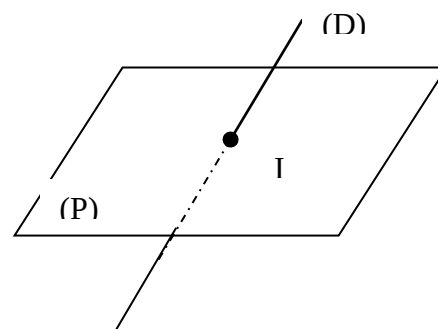
$$(D) \cap (P) = (D) \text{ ou } (D) \cap (P) = \{ \}$$



(D)



* (D) et (P) sont sécants en un point I
signifie : $D \cap P = \{I\}$



Le professeur saisira cette occasion pour aborder les notions de "proposition", "implication", "connecteur logique « ou »"

Si par exemple il est vrai que :

$(D) \cap (P) = D$ alors on dit que

« $(D) \cap P = D$ » est une proposition vraie.

On appelle proposition toute phrase qui est soit vraie soit fausse.

Exemples.

" $2 < 5$ " est une proposition vraie.

" $17 < 4$ " est une proposition fausse.

« $x \in \mathbb{R}, x < 2$ » n'est pas une proposition.

On appelle négation d'une proposition (R), la proposition notée (non R) ou $(\neg R)$ ou $(\bar{R})$ qui est vraie lorsque R est fausse et

fausse lorsque R est vraie.

Lorsque $(D) // (P)$, en posant

$R_1: \langle (D) \cap (P) = (D) \rangle$

$R_2: \langle (D) \cap (P) = \{ \} \rangle$,

L'une au moins des propositions R_1 et R_2 est vraie.

On note:

R_1 ou R_2 est une proposition vraie.

Les propositions R_1 et R_2 sont reliées par le connecteur logique " ou",

De manière générale si S et T sont deux propositions, la proposition « S ou T » notée $S \vee T$ n'est vraie que si l'une au moins des propositions S et T est vraie.

On pose $R_3: \langle (D) // (P) \rangle$

On a :

Si R_1 est vérifiée, alors R_3 est vérifiée. On dit que R_1 implique R_3 . On note $R_1 \Rightarrow R_3$

" $\Rightarrow$ " est le symbole de l'implication

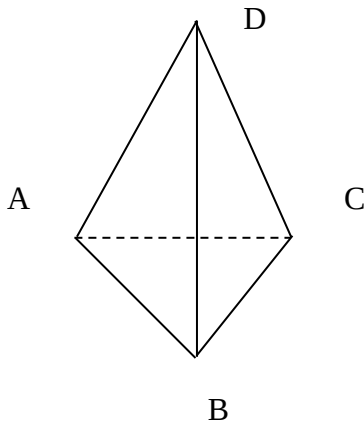
Pour que R_3 soit vérifiée, il suffit que R_1 le soit. On dit que R_1 est une condition suffisante pour que R_3 soit vérifiée.

Si R_3 n'est pas vérifiée, alors R_1 ne peut pas être vérifiée puisque R_1 implique R_3 . Il faut que R_3 soit vérifiée pour que R_1 le soit. On dit que R_3 est une condition nécessaire pour que R_1 soit vérifiée.

La résolution de cette activité permettra d'appliquer les propriétés précédentes.

Activité 3

On considère un tétraèdre ABCD représenté ci-dessous.

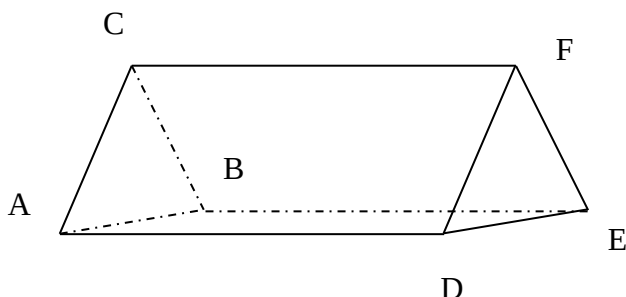


Etudie la position relative par rapport au plan (ABC)

- a) de la droite (BD)
- b) de la droite (AC)
- c) de la droite (IJ) avec I et J les milieux respectifs de [BD] et [CD]

Activité 4

La charpente se présente partiellement comme suit :



La résolution de cette activité permettra de faire admettre la propriété

Propriété:

Etant donné deux plans (P) et (Q), les différentes positions relatives sont:

- (P) et (Q) sont confondus
- L'intersection de (P) et (Q) est une droite.
- (P) et (Q) sont disjoints.

Le professeur fera énoncer les définitions suivantes:

Définitions

- Deux plans confondus ou disjoints

Indique les positions relatives des plans (ABC) et (DEF) des plans (ABC) et (ABD) des plans (ABD) et (ABE) <u>Activité 5</u> Reprends la représentation de la charpente de l'activité 4. Indique les positions relatives des droites (AB) et (BC) ; (AD) et (CF) ; (EF) et (AC)	sont dits parallèles. • Deux plans non parallèles sont dits sécants, leur intersection est alors une droite L'exploitation des résultats de cette activité permettra de déboucher sur les notions de "droites coplanaires"; "droites non coplanaires". <i>Le professeur fera définir deux droites coplanaires</i> <u>Définition</u> <i>Deux droites de l'espace sont coplanaires si et seulement si elles sont soit sécantes soit parallèles.</i> <i>Le professeur en profitera pour présenter le point de logique suivant:</i> <u>Point de logique</u> La définition précédente peut être formulée autrement: R_1 « Si deux droites de l'espace sont coplanaires, alors elles sont soit sécantes soit parallèles» et R_2 « Si deux droites de l'espace sont soit parallèles soit sécantes, alors elles sont coplanaires» Chacune des deux propositions précédentes est une implication. Elles sont reliées par le connecteur logique "et".
--	---

De manière générale, si S et T sont deux propositions, la proposition " S et T" notée $S \wedge T$ est une proposition. Elle n'est vraie que si S et T sont simultanément vraies

On pose

S_1 " Deux droites de l'espace sont soit sécantes"

T_1 : " Elles sont coplanaires"

L'implication R_1 s'écrit: $T_1 \Rightarrow S_1$

L'implication R_2 signifie : $S_1 \Rightarrow T_1$

La définition signifie:

$(T_1 \Rightarrow S_1)$ et $(S_1 \Rightarrow T_1)$

On dit que les propositions S_1 et T_1 sont équivalentes ou que T_1 est vérifiée si et seulement si S_1 est vérifiée. On note $T_1 \Leftrightarrow S_1$

Le symbole $\Leftrightarrow$ est le symbole de l'équivalence logique

De manière générale

Lorsque deux propositions sont équivalentes, chacune d'elles est une condition nécessaire et suffisante pour que l'autre soit vérifiée.

Le professeur fera aussi admettre la propriété suivante :

Propriété

Deux droites de l'espace sont soit coplanaires (sécantes ou parallèles) soit non coplanaires.

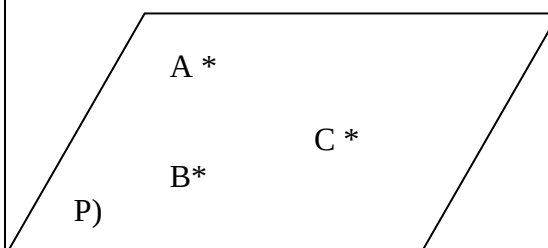
L'exploitation des résultats de cette activité permettra de faire rappeler la détermination d'un plan de l'espace.

Le professeur fera admettre les propriétés suivantes :

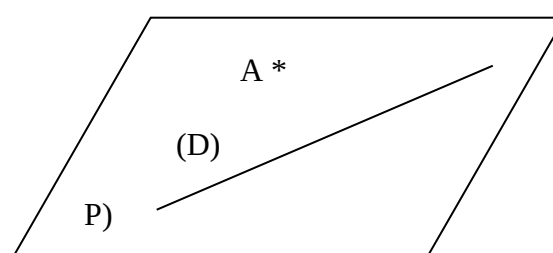
Activité 6

A l'aide de points ou de droites de l'espace, détermine un plan.

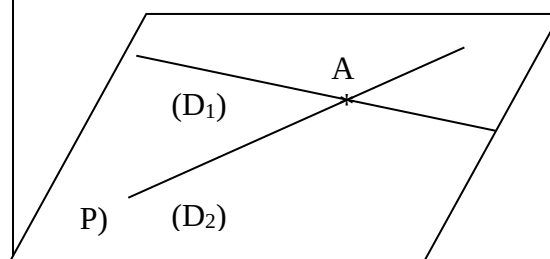
- Trois points non alignés définissent un plan et un seul.



- Une droite et un point n'appartenant pas à cette droite définissent un plan et un seul



- Deux droites sécantes définissent un plan et un seul.



Activité 7

A est un point donné de l'espace (D) une droite de l'espace.

1) Construis l'ensemble (D') des points M de l'espace tels que (AM) soit parallèle à (D).

2) (D₁), (D₂) et (D₃) sont trois droites de l'espace telles que (D₁) // (D₂) et (D₁) // (D₃).

Détermine la position relative des droites (D₂) et (D₃).

(D') est la droite parallèle à (D) et passant par A et privée de point A.

L'exploitation des résultats de cette activité conduira l'enseignant à faire rappeler les deux propriétés suivantes retenues en classe de 4^e et qui seront admises.

Propriétés

- Par un point donné de l'espace, on peut

Activité 8 Soit (D_1) et (D_2) deux droites parallèles de l'espace, (P) un plan sécant à (D_1) Démontre que (P) est sécant à (D_2) Indication. On pourra supposer que (D_2) est parallèle à (P)	tracer une droite et une seule parallèle à une droite donnée. Lorsque deux droites de l'espace sont parallèles à une même troisième, elles sont parallèles entre elles. On utilise l'indication proposée. On distingue deux cas <u>1^{er} cas</u>: $(D_2) \cap (P) = (D_2)$ Dans ce cas, on a: $(D_1) // (D_2)$ et $(D_2) \subset P$; donc $(D_1) // (P)$. Il y a contradiction <u>2^{ème} cas</u> : $(D_2) \cap (P) = \emptyset$ Posons $(P) \cap (D_1) = \{A\}$ Soit (Q) le plan défini par A et (D_2) (car $A \notin D_2$). (P) et (Q) sont distincts. S'ils étaient parallèles, alors ils seraient confondus (car $A \in (P)$ et $A \in (Q)$) et par suite $(D_2) \subset (P)$; il y a contradiction. Donc (P) et (Q) sont sécants. Soit $(\Delta) = (P) \cap (Q)$ (Δ) et (D_2) sont coplanaires. Si $(\Delta) \cap (D_2) = \{B\}$, alors $B \in (P) \cap (D_2)$. Il y a contradiction car $(D_2) \cap (P) = \emptyset$ Par conséquent $(D_2) // (\Delta)$ D'où $(D_1) // (\Delta)$ car $((D_1) // (D_2))$ Or $(\Delta) \subset (P)$; donc $(D_1) // (P)$. Il y a contradiction. Par suite la droite (D_2) est sécante au plan P
---	--

L'exploitation des résultats de cette activité permettra de faire énoncer la propriété suivante:

Propriété.

Lorsque deux droites de l'espace sont parallèles, tout plan qui coupe l'une coupe l'autre.

L'exploitation des résultats permettra aussi d'aborder le point de logique suivant :

"le raisonnement par l'absurde" et "le raisonnement par disjonction des cas"

On pose:

R_1 " Deux droites de l'espace sont parallèles"

R_2 : " Un plan (P) coupe l'une des droites"

R_3 : " (P) coupe l'autre droite"

On a:

R_1 vérifiée

Si R_2 est vérifiée alors R_3 est vérifiée.

On a supposé que R_2 est vérifiée et R_3 ne l'est pas et par un enchaînement de propositions déduites, on a abouti à une contradiction. La méthode de démonstration utilisée est appelée

"raisonnement par l'absurde". Son principe est le suivant:

Pour démontrer qu'une implication (R) est vraie,

- on suppose que (non R) est vraie.

- on cherche à en déduire une proposition (S) que l'on sait fausse.

Ainsi, on aboutit à une contradiction et on a démontré que (non R) est fausse; c'est-à-dire (R) est vraie.

Activité 9

Démontre qu'une droite (D) est parallèle à un plan (P) si et seulement si il existe dans (P) une droite parallèle à (D).

On a examiné deux cas pour démontrer la propriété. Ces deux cas s'excluent. On dit qu'on a procédé par disjonction des cas (ou par épuisement des cas).

Dans chaque cas, on a mené un raisonnement par l'absurde.

Le professeur fera remarquer et utiliser ce qui suit:

(R) et (S) sont deux propositions.

La négation de $(R) \Rightarrow (S)$ est

"(R) et (nonS)".

Pour obtenir le résultat de l'activité 9 il s'agira de justifier deux implications réciproques:

I_1 : « S'il existe dans (P) une droite parallèle à (D), alors (D) est une droite parallèle à (P) ».

L'implication I_2 a été admise en classe de 4^{ème}

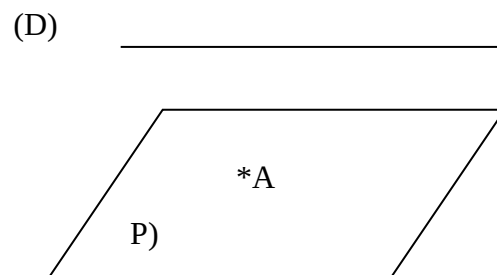
Il reste à démontrer l'implication I_1

On distingue deux cas.

1^{er} cas: $(D) \cap (P) = (D)$

Dans ce cas le résultat est vérifié.

2^{ème} cas: $(D) \cap (P) = \emptyset$



Soit A un point de (P) et Q le plan défini par A et (D).

Si $(P) \parallel (Q)$, alors $(P) = (Q)$ (car $A \in (P)$)

et $A \in (Q)$

On en déduit que (P) et (Q) sont sécants. Soit $\Delta = (P) \cap (Q)$

(D) et (P) sont coplanaires

Si $(D) \cap (\Delta) = \{B\}$, alors $(\Delta) = (AB)$.

Donc $B \in P$ et $B \in D$. Il y a contradiction car $(P) \cap (D) = \emptyset$.

Par conséquent $(D) // (\Delta)$ et $(\Delta) \subset (P)$.

Ce qui achève d'établir l'implication I_1

Les implications "I₁" et "I₂" étant vérifiées, l'enseignant fera énoncer la propriété suivante:

Propriété

Une droite donnée de l'espace est parallèle à un plan si et seulement si elle est parallèle à une droite de ce plan.

L'exploitation du résultat de cette activité permettra de faire énoncer la propriété suivante :

Propriété

Si une droite (D) de l'espace est parallèle à un plan (P) alors toute droite parallèle à (D) est parallèle à (P) .

Résultat de l'activité 11

Soit A un point de (Δ) . La droite (D') passant par A et parallèle à (Δ) est incluse dans (P) et (Q) . Donc (D') et (Δ) sont confondues.

L'exploitation du résultat de l'activité permettra de faire énoncer la propriété suivante.

Activité 10

Soit (D_1) une droite de l'espace, (P) un plan tel que $(D_1) // (P)$, (D_2) une droite parallèle à (D_1) .

Démontre que (D_2) est parallèle à (P)

Activité 11

Soit (P) et (Q) deux plans sécants suivant une droite (Δ) , (D) une droite parallèle à (P) et à (Q) .

Démontre que (D) est parallèle à (Δ) .

Activité 12

Soit (P_1) et (P_2) deux plans, (D_1) et (D_2) deux droites sécantes de (P_1) .

Démontre que (P_1) et (P_2) sont parallèles si et seulement si $(D_1) // (P_2)$ et $(D_2) // (P_2)$

Propriété

Un droite parallèle à deux plans sécants est parallèle à leur intersection.

Il s'agit d'établir deux implications

Hypothèse: (P_1) et (P_2) sont parallèles

On distingue deux cas.

1^{er} cas: (P_1) et (P_2) sont confondus

Dans ce cas le résultat est immédiat.

2^{ème} cas: $(P_1) \cap (P_2) = \emptyset$

$(D_1) \subset (P_1)$; donc $(D_1) // (P_1)$.

Si $(D_1) \cap (P_2) = \{A\}$, soit (D_3) la droite parallèle à (D_1) et passant par A .

On a donc $(D_3) \cap (P_2) = \{B\}$;

d'où $(AB) = (D_3)$ et $(AB) \subset (P_2)$.

Donc $(D_3) \subset P_2$ d'où $(D_3) // (P_2)$.

Il y a contradiction. Donc $(D_1) // (P_2)$

De manière analogue, on démontre que $(D_2) // (P_2)$.

Réciproquement, considérons l'hypothèse:

$(D_1) // (P_2)$ et $(D_2) // (P_2)$

Démontrons que $(P_1) // (P_2)$

- Si (P_1) et (P_2) sont confondus. Le résultat est vérifié.
- Si (P_1) et (P_2) sont sécants suivant une droite (Δ) et $(D_2) // (\Delta)$ donc $(D_1) // (D_2)$.
- Il y a contradiction ; donc $(P_1) // (P_2)$.

Activité 13

Soit (P_1) , (P_2) et (P_3) trois plans de l'espace tels que $(P_1) // (P_2)$, et $(P_3) // (P_2)$.

Démontrer que $(P_1) // (P_3)$ (On pourra raisonner par l'absurde)

L'exploitation du résultat de cette activité conduira l'enseignant à faire énoncer la propriété suivante:

Propriété

Deux plans sont parallèles si et seulement si l'un contient deux droites parallèles à l'autre et sécantes entre elles.

Remarque

Selon le niveau de la classe le Professeur pourra être amené à proposer deux activités, l'une portant sur la première implication et l'autre sur la seconde implication en vue de faire émerger la propriété précédente.

Résultat de l'activité 13

Si (P_1) et (P_3) étaient sécants, soit (Δ) leur intersection.

Soit (D_1) et (D_2) deux droites sécantes de (P_1) . On a :

$(D_1) // (P_1)$ et $(D_2) // (P_1)$.

De même $(D_1) // (P_3)$ et $(D_2) // (P_3)$ car $(P_2) // (P_3)$.

Donc $(D_1) // (\Delta)$ et $(D_2) // (\Delta)$

d'où $(D_1) // (D_2)$. Il y a contradiction. Par suite $(P_1) // (P_3)$.

L'exploitation de ce résultat permettra de faire énoncer la propriété suivante :

Propriété

Deux plans parallèles à un même troisième sont parallèles entre eux.

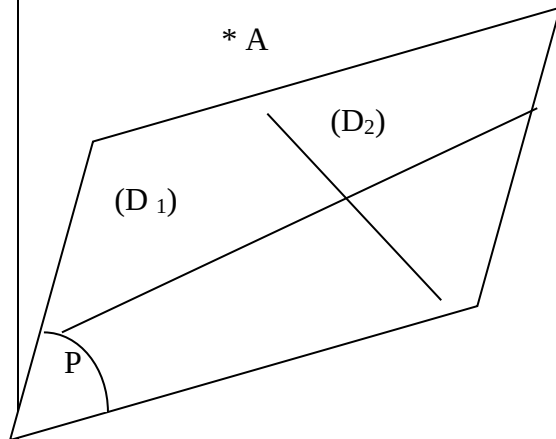
Activité 14

Soit A un point donné de l'espace et (P) un plan.

Démontrez qu'il existe un plan et un seul passant par A et parallèle à (P) .

Résultat de l'activité 14

- Si A appartient à (P) , le résultat est vérifié.
- Si $A \notin (P)$



Soit (D_1) et (D_2) deux droites sécantes de (P) .

Il passe une seule droite (D_3) par A et parallèle à (D_1) .

De même, il passe une seule droite (D_4) par A et parallèle à (D_2) .

Les droites (D_3) et (D_4) sont sécantes en A .

Elles déterminent un seul plan (Q) passant par A et $(Q) \parallel (P)$, d'après la propriété découlant de l'activité 12.

Soit (Q') un plan passant par A et parallèle à (P) . (Q) et (Q') sont parallèles et ont le point A en commun. Donc (Q) et (Q') sont confondus. Ce qui permet d'énoncer :

Propriété

Par un point donné de l'espace, il passe un et un seul plan parallèle à un plan donné.

Activité 15

Soit (P_1) et (P_2) deux plans parallèles de l'espace.
 (P_3) un plan sécant à (P_1) .

1°) Démontre que (P_2) est sécant à (P_3) .

On pose $(\Delta_1) = (P_1) \cap (P_3)$ et $(\Delta_2) = (P_2) \cap (P_3)$.

2°) Démontre que $(\Delta_1) \parallel (\Delta_2)$.

Activité 16

Soit (P_1) et (P_2) deux plans parallèles. (D) une droite parallèle à (P_1) .

Démontre que (D) est parallèle à (P_2) .

Résultat de l'activité 15

1°) Si $(P_2) \parallel (P_3)$ alors $(P_3) \parallel (P_1)$ et il y a contradiction. Donc (P_2) et (P_3) sont sécants.

2°) (Δ_1) et (Δ_2) sont coplanaires car

$(\Delta_1) \subset (P_3)$ et $(\Delta_2) \subset (P_3)$.

Supposons que $(\Delta_1) \cap (\Delta_2) = \{A\}$

On a : $A \in (P_1)$ et $A \in (P_2)$; donc (P_1) et (P_2) sont confondus (car $(P_1) \parallel (P_2)$).

On a donc $(\Delta_1) = (P_1) \cap (P_3)$;

$(\Delta_2) = (P_2) \cap (P_3)$; donc (Δ_1) et (Δ_2) sont confondues. Il y a contradiction.

Par suite $(\Delta_1) \parallel (\Delta_2)$.

Ce qui achève de démontrer la propriété suivante que le professeur fera énoncer :

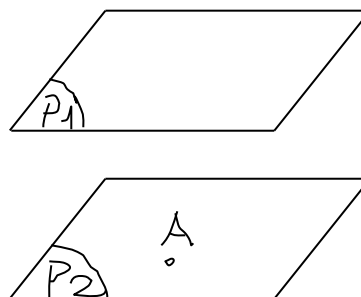
Propriété

Si deux plans sont parallèles, tout plan sécant à l'un est sécant à l'autre et les droites d'intersection sont parallèles.

Résultat de l'activité 16

Si $(P_1) = (P_2)$, alors le résultat est immédiat.

Si $(P_1) \cap (P_2) = \emptyset$.



Il existe une droite Δ incluse dans (P_1) telle que $(D) \parallel (\Delta)$. Supposons que $(D) \cap (P_2) =$

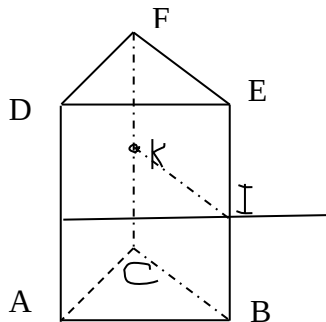
Activité 17

Soit (P_1) et (P_2) deux plans parallèles (D) une droite sécante à (P_1) .

Démontre que (D) est sécante à (P_2) .

Activité 18

On considère le prisme droit ABCDEF représenté ci-dessous



$\{A\}$ donc (Δ) coupe (P_2) .

On pose $(\Delta) \cap (P_2) = \{B\}$

Donc $B \in (P_1) \cap (P_2)$. Il y a contradiction car $(P_1) \cap (P_2) = \emptyset$.

Donc $(D) // (P_2)$.

On a ainsi démontré la propriété suivante que le professeur fera énoncer :

Propriété

Lorsque deux plans sont parallèles, toute droite parallèle à l'un est parallèle à l'autre.

Résultat de l'activité 17

$(D) \cap (P_1) = \{A\}$

Supposons $(D) // (P_2)$. On a donc $(D) // (P_1)$.

Il y a contradiction *et par suite le professeur fera énoncer :*

Propriété

Lorsque deux plans sont parallèles, toute droite qui coupe l'un coupe l'autre.

Résultat de l'activité 18

La section du prisme par le plan (IJK) est l'intersection du prisme avec le plan. Il s'agit de déterminer l'intersection du plan (IJK) avec chaque face du prisme. On détermine l'intersection du plan (IJK) avec le plan de chaque face. On a :

$(IJK) \cap (ABD) = (IL)$ avec L le point d'intersection de la droite (IJ) avec (AD) . En

Répartition trimestrielle des S.A. **(Classe de secondes scientifiques)**

Cette répartition trimestrielle n'est pas la seule possible. Cependant, **les professeurs sont fermement invités à la respecter scrupuleusement pendant les années d'expérimentation.**

Période	Situation d'apprentissage	Temps d'apprentissage
Premier trimestre (Octobre – Décembre)	S.A. n° 1.....	18 heures (trois premières semaines de travail)
	S.A. n° 2	30 heures (cinq semaines d'apprentissage)
	S.A. n° 3 (début).....	12 heures (deux semaines d'apprentissage)
Deuxième trimestre (Janvier – Mars)	S.A. n° 3 (suite).....	54 heures (neuf semaines d'apprentissage)
Troisième trimestre (Avril – Juin)	S.A. n° 3 (suite et fin)	31 heures (cinq semaines d'apprentissage)